

# レプトジェネシスの現状

婦木健一

2005年1月28日

## 概要

本稿は、熱的レプトジェネシスのバリオン非対称性生成機構について説明した。熱的レプトジェネシスとは、ニュートリノの性質から宇宙のバリオン非対称性を説明する機構である。ボルツマン方程式を解いた結果として、不定パラメータがあるものの、熱的レプトジェネシスはバリオン非対称性を十分に生成できるようである。また、熱的レプトジェネシスは宇宙のバリオン非対称性とニュートリノの性質を結ぶ興味深い機構である。熱的レプトジェネシスの制限から階層型の重いニュートリノ質量の下限  $4 \times 10^8 GeV$  が得られる。また、重いニュートリノが階層型の場合において、軽いニュートリノ質量の上限  $0.12eV$  が得られる。また、縮退型の場合においては  $M_2 = M_3, \Gamma_2 = \Gamma_3, m_3 = \tilde{m}_1 = \tilde{m}_2 = \tilde{m}_3$  という仮定の下で軽いニュートリノ質量の上限  $0.6eV$  が得られる。

# 目次

1	導入	4
2	サハロフの条件	6
2.1	バリオン数の破れ	6
2.2	C と CP 対称性の破れ	6
2.3	熱平衡からの離脱	7
3	スファレロン	8
3.1	インスタントン	8
3.2	バリオン数非保存	9
3.3	スファレロン	11
3.4	遷移確率	12
3.5	KRS 効果	14
3.6	バリオン数とレプトン数	14
4	電弱バリオジェネシス	18
5	熱的レプトジェネシス	20
5.1	ニュートリノの性質-質量と混合	20
5.2	サハロフの条件	22
5.3	ボルツマン方程式	23
5.3.1	導入	23
5.3.2	衝突項	24
5.3.3	粒子数密度に対するボルツマン方程式	26
5.3.4	重いニュートリノに対するボルツマン方程式	26

5.3.5	ボルツマン方程式の単純化 . . . . .	28
5.4	熱的レプトジェネシス-重いニュートリノが階層的な場合- . . . . .	28
5.4.1	レプトジェネシスの定性的理解 . . . . .	31
5.4.2	定量的議論 . . . . .	34
5.4.3	重いニュートリノ質量への制限 . . . . .	38
5.4.4	軽いニュートリノ質量への制限 . . . . .	40
5.5	熱的レプトジェネシス-重いニュートリノ質量が縮退している場合 . . . . .	43
6	まとめ	47
A	レプトジェネシスにおけるボルツマン方程式と $\Delta L = 2$ 散乱	49

# 1 導入

標準宇宙理論の成功の一つは、軽元素  $H$ 、 $D$ 、 ${}^3\text{He}$ 、 ${}^4\text{He}$ 、 ${}^7\text{Li}$  の粒子数密度の予言である。宇宙のバリオン数密度が CMB(Cosmic Microwave Background) 光子数密度を単位として  $n_B/n_\gamma = (6.1 \pm 0.2) \times 10^{-10}$  であればこれら軽元素の観測量を再現する [1]。また、WMAP(Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) [2] と SDSS(Sloan Digital Sky Survey) [3] の解析からは  $n_B/n_\gamma = (6.3 \pm 0.3) \times 10^{-10}$  である。

このバリオン非対称性を生成する物理現象が素粒子反応によるものだとしよう。実際、素粒子模型として確立している標準模型では、電弱相転移時に、サハロフの条件を満たすことが可能で、非摂動的にバリオン非対称性を生成する可能性がある。しかし、バリオン非対称性を生成するための条件からヒッグス粒子の質量に上限が課される。十分にバリオン非対称性を生成しようとする、この上限が LEP の排除領域に入るため、バリオン非対称性を標準模型の枠内で説明することはできないことになる。この意味で、初期宇宙におけるバリオン非対称性生成を説明する事は、素粒子物理の未発見現象への手掛りになると考えられる。第 2 章で、バリオン非対称性生成機構の指針となるサハロフの条件について説明する。また、第 3 章で標準模型の非摂動効果を起こすスファレロンについて説明する。スファレロンは、後に説明する熱的レプトジェネシスでも重要な役割をする。第 4 章で、標準模型の枠内でのバリオン非対称性生成機構について説明する。

標準模型にマヨラナ質量項をもつ右巻きニュートリノを導入して拡張すると、ニュートリノの質量の軽さを自然に説明できる事が知られている。また、マヨラナ質量をもつニュートリノの崩壊時にレプトン非対称性を生成する可能性がある。この崩壊が十分高温である時に起これば非摂動効果によってレプトン数の一部がバリオン数に転換される。このバリオン非対称性生成機構は、熱的レプトジェネシスと呼ばれる。熱的レプトジェネシスは、バリオン非対称性とニュートリノの性質を結ぶ興味深い機構である。熱的レプトジェネシスからの軽いニュートリノ質量に対する制限は、現在知られている上限で最も厳

しいものである。第5章で、熱的レプトジェネシスのバリオン非対称性生成機構について説明する。また、熱的レプトジェネシスからの重いニュートリノ質量と軽いニュートリノ質量への制限について説明する。

## 2 サハロフの条件

サハロフはバリオン非対称性を生成するためには、以下の条件を同時に満たす必要があることを指摘した [4]。

### 2.1 バリオン数の破れ

まず一つ目は、バリオン数の破れである。これは次のように理解できる。バリオン数が保存するのであれば宇宙初期と現在のバリオン非対称性は同じになる。ビッグバン以降にバリオン非対称性が生成されると仮定するとバリオン数は保存してはならないことが分かる。

### 2.2 C と CP 対称性の破れ

二つ目は、C と CP 対称性の破れである。これは次のようにして理解できる。バリオン非対称性が生成されるためには、正のバリオン数を生成する過程と負のバリオン数を生成する過程の頻度にずれが無ければならない、つまり、

$$\delta = [\Gamma (X \rightarrow B) + \Gamma (\bar{B} \rightarrow X)] - [\Gamma (X \rightarrow \bar{B}) + \Gamma (B \rightarrow X)] \neq 0$$

でなければならない。ここで、 $\Gamma (B \rightarrow X)$  は正のバリオン数 1 を持つ粒子 B からバリオン数 0 の粒子 X への遷移確率、 $\Gamma (\bar{B} \rightarrow X)$  はバリオン数-1 を持つ粒子  $\bar{B}$  からバリオン数 0 の粒子 X への遷移確率である。もし、C 対称性が破れていないとすると、電荷のみ着目すれば C 変換は粒子を反粒子に反粒子を粒子に変換するので、 $\delta$  を C 変換することによって、

$$\delta = [\Gamma (X \rightarrow \bar{B}) + \Gamma (B \rightarrow X)] - [\Gamma (X \rightarrow B) + \Gamma (\bar{B} \rightarrow X)] = -\delta$$

となる。つまり、 $\delta = 0$  でありバリオン非対称性は起きないことが分かる。電荷のみに着目すれば、CP 対称性についても同様である。また、相対論的局所場の理論では、CPT 対称性が保存しているのでこれは T 対称性とも見てもよい。

## 2.3 熱平衡からの離脱

三つ目は、熱平衡からの離脱である。これは、もし系が熱平衡にあるとすると、バリオン数を生成する過程とその逆過程が同頻度で起こっているため、系全体としてのバリオン数は変化しないからである。これをもう少し厳密に調べることにしよう。次に示すように、系が温度  $T$  の熱平衡系であるのならば系の平均バリオン電荷  $\langle \hat{B}(t) \rangle_T$  は時間に依存しない；

$$\begin{aligned}\langle \hat{B}(t) \rangle_T &= \text{tr}[e^{-H/k_B T} e^{iHt} B(0) e^{-iHt}] \\ &= \text{tr}[e^{-iHt} e^{-H/k_B T} e^{iHt} B(0)] \\ &= \langle \hat{B}(0) \rangle_T.\end{aligned}\tag{1}$$

ここで、 $\hat{B}(t)$  はバリオン電荷演算子、 $H$  は系のハミルトニアンである。 $H$  が CPT 不変であることから、

$$\begin{aligned}\langle \hat{B} \rangle_T &= \text{tr}[e^{-H/k_B T} \hat{B}(CPT)(CPT)^{-1}] \\ &= \text{tr}[(CPT)^{-1} e^{-H/k_B T} \hat{B}(CPT)] \\ &= \text{tr}[e^{-H/k_B T} (CPT)^{-1} \hat{B}(CPT)] \\ &= \text{tr}[e^{-H/k_B T} (-\hat{B})] \\ &= -\langle \hat{B} \rangle_T\end{aligned}\tag{2}$$

となる。つまり、熱平衡系である限りバリオン非対称性は生成されない。

### 3 スファレロン

#### 3.1 インスタントン

ラグランジアン密度  $\mathcal{L}$  が

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi), \quad (3)$$

$$D_\mu\phi = \left(\partial_\mu - \frac{ig}{2}\tau^a W_\mu^a\right)\phi \quad (4)$$

$$V(\phi) = \lambda \left(\phi^\dagger\phi - \frac{1}{2}v^2\right)^2, \lambda > 0 \quad (5)$$

で与えられる SU(2) ゲージ理論を考える。 $\phi$  は SU(2) 二重項に属する複素スカラー場、 $W_\mu^a$  は SU(2) ゲージ場である。 $W_\mu^a = 0$  のゲージを採ると (3) は、

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{ij}^a F^{aij} + |D_i\phi|^2 - V(\phi), \quad (6)$$

となる。ここで、 $i$  と  $j$  はそれぞれ  $\mu$  と  $\nu$  空間成分である。正準変数

$$\pi_{W_i} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{W}_i} = \dot{W}_i \quad (7)$$

$$\pi_\phi = \dot{\phi}^* \quad (8)$$

$$\phi_{\phi^*} = \dot{\phi} \quad (9)$$

を用いて、ハミルトニアン密度は

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \pi_{W_i}\dot{W}_i + \pi_\phi\dot{\phi} + \phi_{\phi^*}\dot{\phi}^* - \mathcal{L} \\ &= \frac{1}{2}(\dot{W}_i)^2 + |\dot{\phi}|^2 + \frac{1}{4}F_{ij}^a F^{aij} + |D_i\phi|^2 + V(\phi), \end{aligned} \quad (10)$$

で与えられる。よって、真空解は

$$\dot{W}_i = 0,$$

$$\dot{\phi} = 0,$$

$$F_{ij}^a = 0,$$

$$D_i\phi = 0,$$

$$V(\phi) = 0,$$



で与えられる。  $F_{ij} = 0$  は  $W_i^a$  が pure gauge 関数であることを意味する。結局、真空解は

$$\hat{W}_i \equiv W_i^a \tau^a = -\frac{2i}{g} \partial_i g(\mathbf{x}) g^{-1}(\mathbf{x}) \quad (11)$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \frac{v}{\sqrt{2}} g(\mathbf{x}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

である。ここで、  $g(\mathbf{x})$  は  $SU(2)$  群の元で三次元球面  $S^3$  から  $SU(2)$  への写像を表現している。また、ホモトピー理論から

$$\pi_3(SU(2)) = \mathbf{Z} \quad (13)$$

なので関数  $g(\mathbf{x})$  は整数の topological number で分類できる。つまり、真空解は Chern-Simons charge

$$Q = \frac{1}{24\pi^2} \int d^3x \varepsilon^{ijk} \text{Tr}(\partial_i g \cdot g^{-1} \partial_j g \cdot g^{-1} \partial_k g \cdot g^{-1}) = \frac{g^2}{32\pi^2} \int d^3x \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^a F_{\rho\sigma}^a \quad (14)$$

の整数で区別できる [6]。

この議論は、Weinberg-Salam 模型に適用できる。そこで、場の配位 (11) が存在するとき、どのような物理現象が起きるかを次節で調べる。

### 3.2 バリオン数非保存

摂動の第 0 近似ではバリオン数とレプトン数は保存している。バリオン数とレプトン数の保存はバリオン数カレント  $j_B^\mu$  とレプトン数カレント  $j_L^\mu$  を用いて、それぞれ

$$\partial_\mu j_B^\mu = 0, \quad \partial_\mu j_L^\mu = 0 \quad (15)$$

と表すことができる。

しかし、量子補正を考慮すると図.1 のフェルミオンループを含む過程から、(15) は修正されて、

$$\partial_\mu j_B^\mu = \frac{\mathcal{N}_f}{32\pi^2} g^2 F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu}, \quad \partial_\mu j_L^\mu = \frac{\mathcal{N}_f}{32\pi} g^2 F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} \quad (16)$$

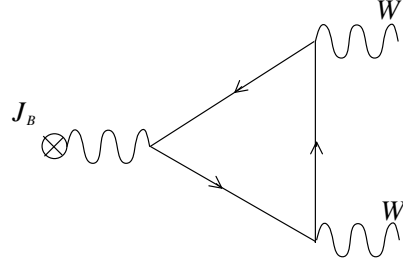


図 1: バリオン数、レプトン数非保存を導くフェルミオンループ

となる。ここで、

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\varepsilon^{abc}W_\mu^a W_\nu^b, \tilde{F}_{\mu\nu}^a = \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}F^{a\lambda\sigma} \quad (17)$$

$\mathcal{N}_f$  は世代数、 $W_\mu^a$  は SU(2) ゲージ場 ( $a=1,2,3$ ) である。(16) から

$$\partial_\mu(j_B^\mu - j_L^\mu) = 0, \quad (18)$$

$$\partial_\mu(j_B^\mu + j_L^\mu) = \frac{\mathcal{N}_f}{16\pi^2}g^2 F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} \quad (19)$$

である。(19) の左辺を時空について積分すると

$$\begin{aligned} \int d^4x \partial_\mu(j_B^\mu + j_L^\mu) &\equiv \int d^4x \partial_\mu j_{(B+L)}^\mu \\ &= \int d^3x j_{(B+L)}^0|_{t=\infty} - \int d^3x j_{(B+L)}^0|_{t=-\infty} \\ &= (B+L)|_{t=\infty} - (B+L)|_{t=-\infty} \\ &\equiv \Delta(B+L). \end{aligned} \quad (20)$$

(19) の右辺を時空について積分すると

$$\begin{aligned}
2\mathcal{N}_f \frac{g^2}{32\pi^2} \int d^4x F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} &= \frac{2\mathcal{N}_f g^2}{32\pi^2} \int_{t=-\infty}^{t=\infty} d^3x F_{\mu\nu}^a \tilde{F}_{\mu\nu}^a \\
&\quad - \frac{2\mathcal{N}_f g^2}{32\pi^2} \int_{t=-\infty}^{t=\infty} d^3x F_{\mu\nu}^a \tilde{F}_{\mu\nu}^a \\
&= 2\mathcal{N}_f Q|_{t=\infty} - Q|_{t=-\infty} \\
&= 2\mathcal{N}_f n.
\end{aligned} \tag{21}$$

ここで、第2式で (14) を使った。また、 $n$  はある整数である。結局、(19) から

$$\Delta(B + L) = 2\mathcal{N}_f n \tag{22}$$

が得られる。また、(18) から

$$\Delta(B - L) = 0. \tag{23}$$

つまり、バリオン数とレプトン数の差は保存する。

場の配位 (11) が存在すると、(22) と (23) のようにバリオン数とレプトン数を破る過程が存在することが分かった。この過程の遷移確率は、Chern-Simons charge  $Q=n$  に属する場の配位については

$$\mathcal{P}_{B,L} = e^{-16\pi^2 n/g^2} \tag{24}$$

で与えられる。これは、数値的には  $10^{-170}$  程度で非常に小さいのでこの過程は無視しても構わない。しかし、有限温度系では次節で見えるような sphaleron と呼ばれる場の配位が存在して、この過程が無視できなくなる。

### 3.3 スファレロン

Klinkhammer と Manton によって、有限温度系においては (3) に  $Q=0$  と  $Q=1$  を結ぶ静的な鞍点解 (古典解) があることが分かった [7]。 (3) から運動方程式は、

$$\begin{aligned}
(D^i F_{ij})^a &= \frac{i}{2} g \{ \phi^\dagger \tau^a (D_j \phi) - (D_j \phi)^\dagger \tau^a \phi \}, \\
D_i^2 \phi &= 2\lambda \left( \phi^\dagger \phi - \frac{1}{2} v^2 \right) \phi
\end{aligned} \tag{25}$$

である。これらの解は、

$$\begin{aligned} W_i^a &= \frac{2i}{g} f(r) \left( i\varepsilon_{iaj} x_j \frac{1}{r^2} \right), \\ \phi &= \frac{v}{\sqrt{2}} h(r) i \frac{\tau_{\mathbf{x}}}{r} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

で与えられる。解 (26) をスファレロンと呼ぶ。

(10) からスファレロンの質量が計算できて、

$$M_{sph} = cm_W \frac{8\pi}{g^2} \quad (27)$$

である。ここで、 $c$  は  $1.6(\lambda \simeq 0)$  から  $2.7(\lambda \rightarrow \infty)$  である。解 (26) は、Chern-Simons charge  $1/2$  を持つ。

$Q=0$  から  $Q=1$  への遷移確率については次節で見ることにする。

### 3.4 遷移確率

宇宙の温度  $T$  が、電弱相転移が起きるときの温度、つまり  $m_W(T) = 0$  となる温度  $T_c$  より低い場合について考える。この場合、スファレロンを乗り越えて行く縮退した真空間の熱的遷移確率は、

$$\Gamma = [NV] T e^{-\Delta F/T} e^{-M_{sph}/T} \quad (28)$$

で与えられる [8]。ここで、 $\Delta F = (\text{free energy at sphaleron}) - (\text{free energy at vacuum})$ 、

$NV$  は系の体積とスファレロン背景場中のゼロモードから来る規格化因子で

$$NV = \Pi_A \left( \frac{N_A T}{2\pi} \right)^{1/2} \Omega_A \quad (29)$$

で、 $\Omega_A$  は zero mode の体積、 $N_A$  はゼロモードの波動関数の規格化を採用している、 $\langle \phi_A | \phi_A \rangle = N_A$ 。(28) を量子論へ拡張したものは、

$$\Gamma = \frac{\omega_-}{\pi T} \text{Im}[F_{sph}] \quad (30)$$

で与えられる [9]。ここで、 $\omega_-$  はスファレロン中の unstable mode のエネルギー (虚数)、 $Im[F_{sph}]$  はスファレロンの自由エネルギーの虚部で、

$$ImF_{sph} = \frac{NV}{4\beta \sin(\frac{1}{2}\omega_-/T)} e^{-\Delta F/T} e^{-M_{sph}/T} \quad (31)$$

である。ここで、 $\beta$  は  $\beta = k_B T$  で  $k_B$  はボルツマン定数である。(30) を (3) の模型の場合に適用すると、

$$\Gamma = \frac{T\omega_-}{m_W(T)} \left(\frac{\alpha_W}{4\pi}\right)^4 (NV) \left(\frac{2m_W(T)}{\alpha_W T}\right)^7 \kappa e^{-M_{sph}(T)/T} \quad (32)$$

である。ここで、 $\alpha_W = g^2/4\pi$ 、

$$(NV) \approx 5 \times 10^4 T^3 V$$

である [10]。また、 $\kappa \sim O(1)$  である [11]。(32) で重要になるのは指数因子である。数値計算の結果、系の温度  $T$  が  $100 GeV < T < T_c$  のとき、 $\Gamma$  は宇宙膨張率  $\dot{a}/a$  より大きくなる。つまり、この遷移過程は平衡にあるということである。

$T > T_c$  においては、スファレロンは存在せず、また半古典近似も悪くなるるので、何が起こるのかは明らかではない。しかし、スケーリングに基づいた議論から、B と L の破れの遷移確率の温度依存性は、

$$\frac{\Gamma}{V} \sim \alpha_W^4 T^4 \quad (33)$$

と見積もられた [12]。さらに、プラズマ中にあることを考慮すると、(33) は、

$$\frac{\Gamma}{V} \sim \alpha_W^5 T^4 \quad (34)$$

となる [13]。

数値計算はこの結果を支持していて、

$$\frac{\Gamma}{V} \simeq (25 \pm 2) \alpha_W^5 T^4 \quad (35)$$

である [14, 15]。(これは以前の結果、 $\alpha_W^4 T^4$ 、とは数値的に異なる [16, 17].)

これが、宇宙膨張率  $\dot{a}/a \simeq 17T^2/M_{pl}$  より大きくなる条件は、

$$T < \frac{200}{17} \alpha_W^5 M_{pl} \simeq 1.4 \times 10^{12} \text{GeV} \quad (36)$$

である。ここで、 $M_{pl}$  はプランク質量である。また、 $\alpha_W \simeq 1/40$  を使った。

### 3.5 KRS 効果

アノマリーの遷移率に対するボルツマン方程式は、次で与えられる [18]。

$$\frac{dB}{dz} = \frac{dL}{dz} = -\tau^{-1}(B + L) \quad (37)$$

ここで、 $\tau^{-1}$  はアノマリーの遷移率である。

これを解く；

$$(37) \implies \frac{d(B - L)}{dz} = 0, \quad \frac{d(B + L)}{dz} = -2\tau^{-1}(B + L)$$

この解は、よって、

$$\Delta(B - L) = 0 \quad (38)$$

と

$$(B + L)(z) = (B + L)^{in} e^{-2z/\tau} \quad (39)$$

である。

以上の議論から、スファレロンによって  $B+L$  は指数的にかき消されてしまうことが分かる。

### 3.6 バリオン数とレプトン数

前節までで、Weinberg-Salam 模型ではバリオン数  $B$  とレプトン数  $L$  の差  $B-L$  が保存量であることを見た。  $B-L$  が保存量であるということが、  $B$  と  $L$  を関係付ける。このこと

は、後で見るレプトジェネシスで重要な役割をもつ。そこで、この節では宇宙のバリオン数とレプトン数の関係を見ることにする。

フェルミオン世代数  $\mathcal{N}_f$ 、ヒッグス場が  $\mathcal{N}_H$  個の Weinberg-Salam 模型を考える。

u タイプクォークと d タイプクォークの化学ポテンシャルを、混合行列が対角的である事から各世代で同じとしてそれぞれ、 $\mu_{u_L}, \mu_{u_R}$  と  $\mu_{d_L}, \mu_{d_R}$  とする。ここで、L は左巻き R は右巻きを表す。また、質量固有状態  $i$  のニュートリノ、質量固有状態  $j$  の荷電レプトンの化学ポテンシャルをそれぞれ  $\mu_{\nu^i}$  と  $\mu_{l_L^j}, \mu_{l_R^j}$  と表す。ここで、L は左巻き R は右巻きを表す。また、グルーオン、相転移後に Z ボソンを構成する  $SU(2)_L$  ゲージボゾン  $W^0$  と、 $U(1)_Y$  ゲージボゾン B の化学ポテンシャルはゼロとする。 $W^-$  とヒッグス二重項  $\phi^0, \phi^-$  の化学ポテンシャルをそれぞれ  $\mu_W, \mu_{\phi^0}, \mu_{\phi^-}$  とする。

スファレロンによる過程が平衡状態にあるとき、 $udd\nu$  生成が各世代について起こるので、化学ポテンシャルについて、

$$\mathcal{N}_f(\mu_{u_L} + 2\mu_{d_L}) + \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} \mu_{\nu^i} = 0 \quad (40)$$

という関係が得られる。

また、電弱相互作用過程と湯川相互作用過程は平衡状態にあるとして、

$$\begin{aligned} \mu_W &= \mu_{\phi^0} + \mu_{\phi^-}, \\ \mu_{d_L} &= \mu_{u_L} + \mu_W, \\ \mu_{l_L^i} &= \mu_{\nu^i} + \mu_W, \\ \mu_{u_R} &= -\mu_{\phi^0} + \mu_{u_L}, \\ \mu_{d_R} &= \mu_{\phi^0} + \mu_{d_L}, \\ \mu_{l_R^i} &= \mu_{\phi^0} + \mu_{l_L^i} \end{aligned} \quad (41)$$

の関係が成立する。

熱平衡系の相対論的粒子とその反粒子の数密度の差  $n - \bar{n}$  は、化学ポテンシャルで、

$$n - \bar{n} \simeq \frac{gT^3}{3} \frac{\mu}{T} \quad (\text{ボゾン}) \quad (42)$$

$$n - \bar{n} \simeq \frac{gT^3}{6} \frac{\mu}{T} \quad (\text{フェルミオン}) \quad (43)$$

と表せる。ただし、 $(\mu/T)^2 \ll 1$  としている。(42) と (43) からバリオン非対称数密度  $B$  とレプトン非対称数密度  $L$  は、化学ポテンシャルで、

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sum_{j=1}^{\mathcal{N}_f} [(n_{u_L^j} + n_{u_R^j}) + (n_{u_L^j} + n_{u_R^j})]}{s} \\ &\quad - \frac{\sum_{j=1}^{\mathcal{N}_f} [\bar{n}_{\bar{u}_L^j} + \bar{n}_{\bar{u}_R^j}) + (\bar{n}_{\bar{u}_L^j} + \bar{n}_{\bar{u}_R^j})]}{s} \\ &= \frac{15}{4\pi^2 T} [\mathcal{N}_f(\mu_{u_L} + \mu_{u_R}) + \mathcal{N}_f(\mu_{d_L} + \mu_{d_R})] \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{\sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} [n_{\nu_L^i} + (n_{l_L^i} + n_{l_R^i})]}{s} \\ &\quad - \frac{\sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} [\bar{n}_{\bar{\nu}_L^i} + (\bar{n}_{\bar{l}_L^i} + \bar{n}_{\bar{l}_R^i})]}{s} \\ &= \frac{15}{4\pi^2 T} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (\mu_i + \mu_{l_L^i} + \mu_{l_R^i}) \end{aligned} \quad (45)$$

と表せる。ここで、添え字  $i, j$  はそれぞれレプトンとクォークの世代を表している。また、 $s = 2\pi^2 gT^3/45$  はエントロピー密度である。 $s \propto R^{-3}$  であることから  $B$  と  $L$  は単位共動体積中の数密度である。

さらに  $T > T_c$  において、宇宙の電荷 ( $Q$ ) と、 $SU(2)_L$  アイソスピンの第 3 成分 ( $T_3$ ) が 0 であるとする、



$$\begin{aligned}
Q &= \frac{1}{s} \left[ 2 \sum_{i,j=1}^{\mathcal{N}_f} (n_{u_L^i} + n_{u_R^i}) - (n_{d_L^i} + n_{d_R^i}) - \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (n_{l_L^i} + n_{l_R^i}) - 4n_{W^-} - 2\mathcal{N}_\phi n_{\phi^-} \right] \\
&\quad - \frac{1}{s} \left[ 2 \sum_{i,j=1}^{\mathcal{N}_f} (\bar{n}_{\bar{u}_L^i} + \bar{n}_{\bar{u}_R^i}) - (\bar{n}_{\bar{d}_L^i} + \bar{n}_{\bar{d}_R^i}) - \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (\bar{n}_{\bar{l}_L^i} + \bar{n}_{\bar{l}_R^i}) - 4\bar{n}_{W^+} - 2\mathcal{N}_\phi \bar{n}_{\phi^-} \right] \\
&= \frac{15}{4\pi^2 T} \left[ 2\mathcal{N}_f (\mu_{u_L} + \mu_{u_R}) - \mathcal{N}_f (\mu_{d_L} + \mu_{d_R}) \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (\mu_{l_L^i} + \mu_{l_R^i}) - 4\mu_W - 2\mathcal{N}_\phi \mu_{\phi^-} \right] = 0, \tag{46}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_3 &= \frac{1}{s} \left[ \frac{3}{2} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (n_{u_L} - n_{d_L}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (n_{\nu_L^i} - n_{l_L^i}) - 4n_{W^-} - \mathcal{N}_\phi (n_{\phi^0} - n_{\phi^-}) \right] \\
&\quad - \frac{1}{s} \left[ \frac{3}{2} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (\bar{n}_{\bar{u}_L} - \bar{n}_{\bar{d}_L}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (\bar{n}_{\bar{\nu}_L^i} - \bar{n}_{\bar{l}_L^i}) - 4\bar{n}_{W^+} - \mathcal{N}_\phi (\bar{n}_{\phi^0} - \bar{n}_{\phi^+}) \right] \\
&= \frac{15}{4\pi^2 T} \left[ \frac{3}{2} \mathcal{N}_f (\mu_{u_L} - \mu_{d_L}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_f} (\mu_{\nu_L^i} - \mu_{l_L^i}) - 4\mu_W - \mathcal{N}_\phi (\mu_{\phi^0} - \mu_{\phi^-}) \right] = 0 \tag{47}
\end{aligned}$$

という関係がある。

結局、(40) ~ (47) から

$$B = \frac{15}{4\pi^2 T} \frac{8\mathcal{N}_f + 4\mathcal{N}_\phi}{22\mathcal{N}_f + 13\mathcal{N}_\phi} (B - L) \tag{48}$$

が得られる [12, 19]。 (48) から、 $B - L$  を破る過程が宇宙のバリオン数を生成することが分かる。例えば、SU(5)GUT バリオジェネシスでは  $B - L$  は保存されるので、生成されたバリオン数は、電弱スケールより高温時においてスファレロン過程によって、消される<sup>1</sup>。

<sup>1</sup>もし、荷電レプトンの質量を考慮すると、 $(B - L) = 0$  であったとしても少量のバリオン数は残る [20]。しかし、この効果は非常に小さなバリオン数 ( $< 10^{-6}$ ) しか残さないので無視できる。

## 4 電弱バリオジェネシス

まず第一に標準理論の枠内で、バリオン数を生成できるかどうかということが気になる。もし、電弱相転移が一次相転移であるならば、これは可能である [21, 22]。サハロフの条件は、図 2 のようになっている。

バリオン数の破れ	スファレロン過程
C の破れ	カイラルゲージ相互作用
CP の破れ	CKM 行列
非平衡条件	一次相転移

図 2: 電弱バリオジェネシスが満たすサハロフの条件

具体的なシナリオとしては、一次相転移の間に生成されるバブルによってバリオン数が生成されるというものがある [23]。バブル壁 (ヒッグス場) を通るクォークを考える。湯川結合の C と CP の破れによって、左手クォークとその反粒子とでは透過率、反射率が異なる。右手クォークとその反粒子は、それぞれ左手クォークの反粒子と左手クォークの透過率、反射率をもつので、この段階ではバリオン数は生成されない。そこで重要になるのが、スファレロンである。バブルの中は低温相であり、外は高温相である。高温相で、スファレロン過程によって左手クォークのバリオン数は消されるが、右手クォークのバリオン数は残る。よって、バリオン数が生成される。ここで注意しなければならないのは、もしバブル壁の速度が湯川結合を通してのヘリシティ反転より遅ければ、バリオン数は多く生成されないことである。

このシナリオがよく働くためには、電弱相転移は強い一次相転移でなければならない [21, 22]。このことは、ヒッグスの質量に上限を与える [23, 24]。4次元理論としての格子計算の結果、ヒッグスの質量が  $m_\phi = 73.3 \pm 6.4 \text{ GeV}$  のとき二次相転移になる [25]。しかし、

LEP によるとヒッグスの質量の下限は、 $m_\phi > 114\text{GeV}$  なのでこのシナリオでは宇宙のバリオン数を説明できない [26]。

新たにスカラー場を加えることで、この制限は少し緩くなる [27]。MSSM では、ヒッグスは二つある。摂動計算から、stop の質量が top の質量よりも軽ければ、Coleman-Weinberg ポテンシャルはボゾンの寄与が大きくなり、電弱相転移を一次相転移にできる [28]。この場合、一次相転移であれという制限は軽いヒッグスの質量の上限  $m_\phi < 100 \sim 115\text{GeV}$  を与える<sup>2</sup>。

もう一つの重要になるのは、宇宙のバリオン数を説明できるほど CP の破れが十分に大きいかということである。CKM 行列による CP 非対称性は  $10^{-20}$  程度で必要な値  $10^{-8}$  に比べて非常に小さい [21, 31]。超対称理論では、十分な CP 非対称性を生成できることが示されている [29, 32]。

---

<sup>2</sup>有効ポテンシャルの解析から  $m_\phi < 115\text{GeV}$  が得られている [29]。一方、有効理論の 4 次元数値計算から  $m_\phi < 100\text{GeV}$  が得られる [30]。

## 5 熱的レプトジェネシス

前節で述べたようにヒッグス質量に対する制限から標準模型の枠内ではバリオン非対称性を十分に生成することはできない。また、バリオン非対称性を生成する機構は電弱バリオジェネシス以外にもあることが分かっている。その一つが熱的レプトジェネシスである。

レプトジェネシスに入る前にニュートリノの性質を復習しておく。これは、バリオン非対称性生成機構においてレプトジェネシスを考える動機になるからである。

### 5.1 ニュートリノの性質-質量と混合

WMAP,2dFGRS(Two Degree Field Galaxy Redshift Survey), それに SDSS の解析によると, ニュートリノ質量の大きさへの制限は,

$$\sum_i m_i \leq 0.7 - 2.1eV(95\%CL) \quad (49)$$

である [33]。このように他のレプトン質量に比べてニュートリノ質量のみが非常に小さいということは, 標準模型の枠内では非常に不自然であるように思う。

以下に、ニュートリノ質量を小さくする機構の1つを与える。これは、後で分かるように宇宙のバリオン非対称性に関係する。

標準模型に右巻きニュートリノを追加して次の湯川相互作用項と質量項を加える：

$$\mathcal{L}_Y^\nu = h_{\nu ij} \bar{l}_{Li} \phi \nu_{Rj} + \frac{1}{2} M_{ij} \bar{\nu}_{Ri}^C \nu_{Rj} + h.c. \quad (50)$$

(50) で、右巻きニュートリノのマヨラナ質量項が標準模型における自発的対称性の破れによって生成されたものではないことに注意しなければならない。したがって、右巻きニュートリノのマヨラナ質量はクォークや荷電レプトンの質量に比べて非常に重くとることができる。このことによって、軽いニュートリノ質量を導くことができる [34]。

(50) の湯川相互作用項は標準模型における自発的対称性の破れの後、ディラックニュー

トリノ質量行列  $m_D = h_\nu v_1$  を与え、よってニュートリノの質量項は

$$\mathcal{L}_M^\nu = m_{Dij} \bar{\nu}_{Li} \nu_{Rj} + \frac{1}{2} M_{ij} \bar{\nu}_{Ri}^C \nu_{Rj} + h.c. \quad (51)$$

で与えられる。質量固有値を得るためにユニタリー変換しなければならない。簡単のためにニュートリノが1世代であるとして考える。 $\bar{\nu}_L m_D \nu_R = \bar{\nu}_R^C m_D^T \nu_L^C$  を使うと、ニュートリノ質量項は

$$\mathcal{L}_M^\nu = \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L \nu_R^C) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^C \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \quad (52)$$

ここで、質量行列  $m_\nu$  は

$$m_\nu = -m_D \frac{1}{M} m_D^T \quad (53)$$

で与えられる。これはシーソー質量公式 [34] と呼ばれる。 $M \gg m_D$  とすると、 $m_\nu \ll m_D$  であることが分かる。例えば  $m_D$  を知られているフェルミオン質量で最も大きなものである  $t$  クォークの質量  $m_t \sim 10^2 GeV$  に選んだとすると、GUT スケール程度の  $M \sim 10^{15} GeV$  をもって  $m_\nu \sim 10^{-2} eV$  という小さな質量が得られる。また、導入した右巻きニュートリノはマヨラナ質量項をもっていてレプトン数を破っていること注意すべきである。以下で分かるように、これによってレプトジェネシスが可能となる。

さて、ニュートリノに質量があるということはクォークの場合と同じように、レプトン荷電カレントにも混合があることを意味する。ニュートリノ質量行列  $m_\nu$  がユニタリー行列  $U^{(\nu)}$  で対角化されるとしよう：

$$U^{(\nu)\dagger} m_\nu U^{(\nu)*} = - \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \quad (54)$$

クォークの場合と同じように、混合行列  $U$  は荷電カレントに現れる：

$$\mathcal{L}_{EW}^{(l)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{ij} \bar{e}_{Li} \gamma^\mu U_{ij} \nu_{Lj} W_\mu^- + \dots \quad (55)$$

ここで、

$$U_{ij} = U_{i\alpha}^{(e)\dagger} U_{\alpha j}^{(\nu)} \quad (56)$$

である。この混合行列を、MNS 行列と呼ばれる [35]。よって、電子数、 $\mu$  数、 $\tau$  数はもはや独立には保存しない事が分かる。混合行列はよく次のように書かれる：

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \quad (57)$$

また、次のように表現される：

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\rho} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\sigma} \end{pmatrix} \quad (58)$$

ここで、 $s_{ij}, c_{ij}$  はそれぞれ  $\sin(\theta_{ij}), \cos(\theta_{ij})$  の略記である。

## 5.2 サハロフの条件

レプトジェネシスはバリオン数非対称を生成する一つの機構で、宇宙の温度が冷えてきて重いニュートリノが崩壊しそのときにレプトン数非対称性が生成されそのレプトン数非対称性がスファロン過程によって一部がバリオン数非対称性に転換されるというものである。

注意すべきなのはこの機構がうまく働くためには、重いニュートリノの崩壊が非平衡的でなければならないということである。図 3 にレプトジェネシスの枠組みにおけるサハロフの条件を示す。

レプトン数の破れ	マヨラナ質量を持つ右巻きニュートリノ
C,CP の破れ	湯川相互作用
非平衡条件	重いニュートリノの非平衡的崩壊

図 3: レプトジェネシスが満たす Sakharov の条件

以下でこの機構を詳しく調べることにする。

### 5.3 ボルツマン方程式

分布関数の時間発展を調べるにはボルツマン方程式を解く必要がある。この節ではボルツマン方程式を導入する。

#### 5.3.1 導入

任意座標系のある時刻における空間体積  $dV$  を横切る粒子のうち、運動量が  $d\Pi$  の範囲の物の数を  $dN$  とする。微小体積  $dV d\Pi$  中にある四元粒子流束は、

$$dN^\mu = 2P^\mu f(x^\nu, P^\nu) dV d\Pi \quad (59)$$

となるが、粒子数  $dN$  はこの四元粒子流束の  $n^\mu$  方向の成分によって与えられる：

$$dN = -2n_\mu P^\mu f(x^\nu, P^\nu) dV d\Pi \quad (60)$$

微小体積  $dV d\Pi$  内の粒子数  $N$  の Affine パラメータに対する変化は、

$$\begin{aligned} \delta(dN) &= -2\delta f n_\mu P^\mu dV d\Pi \\ &= -2 \left( \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{\partial P^\mu}{\partial \delta} + \frac{dP^\mu}{d\delta} \frac{\partial f}{\partial P^\mu} \right) \delta\lambda n_\mu P^\mu \\ &= -2 \left( P^\mu \frac{\partial f}{\partial x^\mu} - \Gamma_{\nu\lambda}^\mu P^\nu P^\lambda \frac{\partial f}{\partial P^\mu} \right) \delta\lambda n_\mu P^\mu dV d\Pi \end{aligned} \quad (61)$$

である。ここで、第一式でリウビルの定理を使った。ところで、粒子に重力以外の相互作用がある場合は、相空間要素内で粒子が入り出すことになる。粒子の運動に沿って Affine パラメータが  $\delta\lambda$  だけ変化する間の、 $dV d\Pi$  内の粒子の数の変化を、

$$\delta(dN) = -2C[f] n_\mu P^\mu dV d\Pi \delta\lambda \quad (62)$$

とおく。よって、(61) と (62) から、

$$\left( P^\mu \frac{\partial f}{\partial x^\mu} - \Gamma_{\nu\lambda}^\mu P^\nu P^\lambda \frac{\partial f}{\partial P^\mu} \right) = C[f] \quad (63)$$

が得られる。(63) はボルツマン方程式と呼ばれる。

特に、FRW 計量の場合 (63) は、

$$\frac{df}{dz} + 3Hf = C[f] \quad (64)$$

となる。ここで、 $H = \dot{a}/a$  は宇宙膨張率である。また  $z$  は時間である。

### 5.3.2 衝突項

生成消滅演算子に対して次のように規格化する：

$$a_i |n_1, n_2, \dots, n_i, \dots\rangle = \sqrt{n_i} |n_1, n_2, \dots, n_i - 1, \dots\rangle, \quad (65)$$

$$a_i^\dagger |n_1, n_2, \dots, n_i, \dots\rangle = \sqrt{1 + n_i} |n_1, n_2, \dots, n_i + 1, \dots\rangle. \quad (66)$$

領域  $D$  は十分小さく、この中では時空は平坦であるとする。しかし、同時に衝突の時空間隔よりは十分大きく、漸近完全性の仮定は妥当であるとする。

この領域  $D$  の中で、過程  $i + j + \dots \rightarrow k + l + \dots$  を考える。この  $S$  行列は、次で与えられる：

$$\begin{aligned} \langle 0 | a_k^{(out)} a_l^{(out)} \dots a_i^{\dagger(in)} a_j^{\dagger(in)} \dots | 0 \rangle \\ = \langle \beta(out) | \alpha(in) \rangle \times (\sqrt{n_i} \sqrt{n_j} \dots) (\sqrt{1 + n_k} \sqrt{1 + n_l}) \dots \end{aligned} \quad (67)$$

ここで、 $\langle \beta(out) | \alpha(in) \rangle$  は遷移した粒子についてのみの  $S$  行列である。また、 $\sqrt{1 + n_a}$  の正負号はそれぞれフェルミ粒子、ボーズ粒子の場合についてのものである。

よって、遷移確率は、

$$P(\alpha \rightarrow \beta) = |\langle \beta(out) | \alpha(in) \rangle|^2 n_i n_j \dots (1 + n_k)(1 + n_l) \dots \quad (68)$$

ここで、統計的アンサンブル平均をとると  $\bar{n}_i = f_i$  であることから、

$$P(\alpha \rightarrow \beta) = |\langle \beta(out) | \alpha(in) \rangle|^2 f_i f_j \dots (1 + f_k)(1 + f_l) \dots \quad (69)$$



となる。さらに、パウリ原理や誘導放射などの効果が無視できるとすると  $1 \mp f_k \simeq 1$  と近似でき、

$$P(\alpha \rightarrow \beta) = | \langle \beta(out) | \alpha(in) \rangle |^2 f_i f_j \cdots \quad (70)$$

と近似的に表すことができる。

領域 D の中で状態  $|a\rangle$  の数がどれだけ変化するか期待値  $\langle \Delta N_a \rangle$  を考える。

$$\begin{aligned} \Delta N_a &= \sum_{i,j,\dots,k,l,\dots} P(i+j+\dots \rightarrow a+k+l+\dots) \\ &\quad - \sum_{i,j,\dots,k,l,\dots} P(a+k+l+\dots \rightarrow i+j+\dots) \end{aligned} \quad (71)$$

粒子に重力以外の相互作用がある場合は、相空間要素内で粒子が出入りすることになる。粒子の運動に沿って Affine パラメータが  $\delta\lambda$  だけ変化する間の、 $dV d\Pi$  内の粒子の数の変化は、(62) から

$$\delta(dN_a) = -2C[f] n_\mu P^\mu dV d\Pi \delta\lambda \quad (72)$$

である。

領域 D の静止系座標系  $n_\mu = (1, 0, 0, 0)$  において領域 D 内での状態  $|a\rangle$  が占める不変位相体積  $-2n_\mu P^\mu dV d\Pi$  は  $V_D$  となる。また、Affine パラメータ  $\lambda$  は  $\delta x^\mu = P^\mu \delta\lambda$  を満たすので、この状態の Affine パラメータ間隔  $\delta\lambda$  はエネルギー E、及び領域 D の座標時間間隔 T と  $\delta\lambda = T/E$  の関係にある。よって、

$$\delta(\int dN_a) = \Delta N_a = \int 2C[f] n_\mu P^\mu dV d\Pi \frac{T}{E} \quad (73)$$

つまり、

$$C[f] = \frac{E}{T} \Delta N_a \quad (74)$$

ここで、

$$\begin{aligned} - \int_{D_t} d^3V d\Pi 2n_\mu P^\mu &= \int_{D_t} \frac{d^3V d^3P}{(2\pi)^3 2E} 2E \\ &= V_D \frac{(2\pi)^3}{(2\pi)^3} \\ &= V_D \end{aligned}$$

を使った。結局、

$$\begin{aligned}
C[f] &= \frac{E}{TV_D} \sum_{i,j,\dots,k,l,\dots} P(\beta \rightarrow \alpha) - \sum_{i,j,\dots,k,l,\dots} P(\alpha \rightarrow \beta) \\
&= \frac{1}{2TV_D} \int \frac{d^3P}{(2\pi)^3} P(\beta \rightarrow \alpha) - \int \frac{d^3P}{(2\pi)^3} P(\alpha \rightarrow \beta)
\end{aligned} \tag{75}$$

となる。

### 5.3.3 粒子数密度に対するボルツマン方程式

(64) の両辺で粒子 a の正準運動量について積分をとると、

$$\int (d\Pi_a \frac{df_a}{dz} + 3Hf_a) = \int d\Pi_a C[f_a] \tag{76}$$

である。よって、粒子数密度に対するボルツマン方程式が得られる：

$$\frac{dn_a}{dz} + 3Hn_a = C[n_a] \tag{77}$$

### 5.3.4 重いニュートリノに対するボルツマン方程式

崩壊  $N_1 \rightarrow l + \phi$ 、その逆崩壊  $l + \phi \rightarrow N_1$  を考える。この過程についてのボルツマン方程式は、

$$\begin{aligned}
\frac{dn_{N_1}}{dz} + 3Hn_{N_1} &= \int d\Pi_{N_1} d\Pi_l d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta^4(P_{N_1} - P_l - P_\phi) \\
&\quad [-f_{N_1}(P_{N_1}) |\mathcal{A}(N_1 \rightarrow l + \phi)|^2 + |\mathcal{A}(N_1 \rightarrow \bar{l} + \bar{\phi})|^2 \\
&\quad + f_{\bar{\phi}}(P_\phi) f_{\bar{l}}(P_l) |\mathcal{A}(N_1 \rightarrow l + \phi)|^2 \\
&\quad + f_l(P_l) f_\phi(P_\phi) |\mathcal{A}(l + \phi \rightarrow N_1)|^2]
\end{aligned} \tag{78}$$

ここで、 $d\Pi_a = g_a d^3p_a$  で  $g_a$  と  $d^3p_a$  は、それぞれ、粒子 a の内部自由度と運動量積分である。さらに、

$$\begin{aligned}
|\mathcal{A}(N_1 \rightarrow l + \phi)|^2 &= |\mathcal{A}(\bar{l} + \bar{\phi} \rightarrow N_1)|^2 \equiv \frac{1}{2}(1 + \epsilon) |\mathcal{A}_0|^2 \\
|\mathcal{A}(N_1 \rightarrow \bar{l} \bar{\phi})|^2 &= |\mathcal{A}(l + \phi \rightarrow N_1)|^2 \equiv \frac{1}{2}(1 - \epsilon) |\mathcal{A}_0|^2
\end{aligned} \tag{79}$$

を使うと、

$$\begin{aligned}
\frac{dn_{N_1}}{dz} + 3Hn_{N_1} &= \int d\Pi_{N_1} d\Pi_l d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta^4(P_{N_1} - P_l - P_\phi) \\
&\quad [-f_{N_1}(P_{N_1})|\mathcal{A}_0|^2 + \frac{1}{2}|\mathcal{A}_0|^2 e^{-\frac{E_{\bar{l}}+\mu_{\bar{l}}}{T}} e^{-\frac{E_{\bar{\phi}}+\mu_{\bar{\phi}}}{T}} \\
&\quad + \frac{1}{2}|\mathcal{A}_0|^2 e^{-\frac{E_l-\mu_l}{T}} e^{-\frac{E_\phi-\mu_\phi}{T}} + O(\epsilon)] \\
&\simeq \int d\Pi_{N_1} d\Pi_l d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta^4(P_{N_1} - P_l - P_\phi) \\
&\quad [-f_{N_1}(P_{N_1})|\mathcal{A}_0|^2 + \frac{1}{2}|\mathcal{A}_0|^2 e^{-\frac{E_{\bar{l}}+E_{\bar{\phi}}}{T}} + \frac{1}{2}|\mathcal{A}_0|^2 e^{-\frac{E_l-E_\phi}{T}} + O(\epsilon, \frac{\mu}{T})] \\
&\simeq \int d\Pi_{N_1} d\Pi_l d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta^4(P_{N_1} - P_l - P_\phi) \\
&\quad [-f_{N_1}(P_{N_1})|\mathcal{A}_0|^2 + f_{N_1}^{eq}(P_{N_1})|\mathcal{A}_0|^2] + O(\epsilon, \frac{\mu}{T}) \tag{80}
\end{aligned}$$

ここで、第三式において  $l, \bar{l}, \phi, \bar{\phi}$  が熱平衡にあることから、

$$E_{N_1} = E_l + E_\phi = E_{\bar{l}} + E_{\bar{\phi}},$$

$$f^{eq} = e^{-\frac{E_{N_1}}{T}}$$

を使った。

$$\frac{dn_{N_1}}{dz} + 3Hn_{N_1} = -(n_{N_1} - n_{N_1}^{eq})D. \tag{81}$$

ここで、 $N_1$  は kinetic equilibrium にあり  $N_1$  の粒子数を変える反応のみが非平衡であると  
して、

$$f_{N_1}(P_{N_1}) = \frac{n_{N_1}}{n_{N_1}^{eq}} f_{N_1}^{eq}(P_{N_1}) \tag{82}$$

とした。また、

$$\begin{aligned}
D &\equiv \langle \Gamma_0 \rangle \\
&= \frac{1}{n_{N_1}^{eq}} \int d\Pi_{N_1} d\Pi_l d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta(P_{N_1} - P_l - P_\phi) f_{N_1}^{eq}(P_{N_1}) |\mathcal{A}_0|^2 \\
&\quad + O(\epsilon, \frac{\mu}{T}) \tag{83}
\end{aligned}$$

と置いた。

### 5.3.5 ボルツマン方程式の単純化

次の量を定義する：

$$N_a = \frac{n_a}{s}.$$

これの時間変化を見ると、

$$\begin{aligned} \frac{dN_a}{dz} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{n_a}{s} \right) = \frac{dn_a/dz}{s} - n_a \frac{ds/dz}{s^2} \\ &= \frac{C[n_a] - 3n_a H}{s} + \frac{3n_a H}{s} \\ &= \frac{\tilde{C}[N_a]}{s} \end{aligned} \quad (84)$$

となる。ここで、右辺第二式において、(77) を、また共動座標系におけるエントロピー保存則を使った。つまり、(77) は、結局、(84) のように書き換えられる。

この共動体積中の数密度  $N_a$  は宇宙膨張の影響を自動的に含んでいることを強調しておく。

## 5.4 熱的レプトジェネシス-重いニュートリノが階層的な場合-

熱的レプトジェネシスを、第 5.1 節で導入した Type-I シーソー模型において扱う。この節では、単純な場合を考え、初期温度  $T_i$  が最も軽い重いニュートリノ  $N_1$  の質量  $M_1$  より大きい場合を扱う。また、残り二つの重いニュートリノ、 $N_2$  と  $N_3$ 、崩壊は B-L 非対称性の生成に全く寄与しないという仮定が妥当であるとする。

この単純な枠組みにおいて、ボルツマン方程式は次で与えられる（付録 A 参照）；

$$\frac{dN_{N_1}}{dz} = -(D + S)(N_{N_1} - N_{N_1}^{eq}), \quad (85)$$

$$\frac{dN_{B-L}}{dz} = -\epsilon_1 D(N_{N_1} - N_{N_1}^{eq}) - W N_{B-L}. \quad (86)$$

ここで、 $z = M_1/T$  である。また、数密度  $N_{N_1}$  と  $N_{B-L}$  は温度  $T \gg M_1$  において光子 1 個を含む共動体積において計算される。よって、重いニュートリノが熱平衡状態にあ

るときの数密度は  $N_{N_1}^{eq}(z \ll M_1) = 3/4$  である。  $D = \Gamma_D/(Hz)$  は崩壊と逆崩壊の寄与、  $S = \Gamma_S/(Hz)$  は  $\Delta L = 1$  散乱の寄与である。

膨張率  $H$  は

$$H \simeq \sqrt{\frac{8\pi^3 g_*}{90}} \frac{M_1^2}{M_{Pl}} \frac{1}{z^2} \simeq 1.66 g_* \frac{M_1^2}{M_{Pl}} \frac{1}{z^2}$$

で与えられる。ここで、  $g_* = g_{SM} = 106.75$  は全自由度、  $M_{Pl} = 1.22 \times 10^{19} GeV$  は Planck 質量である。

反応率  $D$  と  $S$  の大きさはニュートリノ有効質量 [36]、

$$\tilde{m}_1 = \frac{(m_D^\dagger m_D)_{11}}{M_1} \quad (87)$$

によって支配され、

$$m_* = \frac{16\pi^{5/2} \sqrt{g_*}}{3\sqrt{5}} \frac{v^2}{M_{Pl}} \simeq 1.08 \times 10^{-3} eV \quad (88)$$

と比較される。崩壊パラメータ

$$K = \frac{\Gamma_D(z = \infty)}{H(z = 1)} = \frac{\tilde{m}_1}{m_*} \quad (89)$$

は GUT バリオジェネシスで導入されたパラメータで [37]、重いニュートリノ  $N_1$  の崩壊が熱平衡にあるか、ないかを支配するものである。ここで、  $\Gamma_D(z = \infty) \equiv \tilde{\Gamma}_D$  は  $N_1$  の崩壊幅である。washout 項  $W$  は  $W_{ID}, W_{\Delta L=1}, W_{\Delta L=2}$  の三つの項から成る。  $W_{ID}$  は逆崩壊過程の寄与で、  $W_{\Delta L=1}$  はレプトン数を 1 だけ変える過程の寄与、  $W_{\Delta L=2}$  はレプトン数を 2 だけ変える過程の寄与である。以下で分かるように  $W$  は三つのパラメータ  $M_1, \tilde{m}_1, \bar{m}^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$  で支配される。

$N_{B-L}$  についての解は、次で与えられる；

$$N_{B-L}(z) = N_{B-L}^{in} e^{\int_{z^{in}}^z dz' W(z')} - \frac{3}{4} \epsilon \kappa(z; \tilde{m}_1, M_1, \bar{m}^2). \quad (90)$$

ここで、第二項は  $N_1$  崩壊による B-L 非対称性の生成を記述する項である。efficiency factor

$\kappa$  [38] は CP 非対称性  $\epsilon_1$  に依存しない量で、

$$\begin{aligned}\kappa(z) &= \frac{4}{3} \int_{z^{in}}^z dz' D(N_{N_1} - N_{N_1}^{eq}) e^{-\int_{z'}^z dz'' W(z'')} \\ &= -\frac{4}{3} \int_{z^{in}}^z dz' \frac{D}{S+D} \frac{dN_{N_1}}{dz'} e^{-\int_{z'}^z dz'' W(z'')} \end{aligned} \quad (91)$$

で与えられる。ここで、 $N_{N_1}$  と  $dN_{N_1}/dz'$  は、それぞれ、(85) の解とその微分である。この efficiency factor  $\kappa(z)$  の規格化は、 $N_1$  が初期の熱平衡であるときの量かつ洗い流しなし ( $W = 0$ ) の極限をとったとき、 $\kappa(z = \infty) = 1$  になるようにとってある。よって、一般的に、 $N_{N_1} \leq N_{N_1}^{eq} = 3/4$  に対して  $\kappa \leq 1$  である。(90) の第一項は  $N_1$  崩壊以前に生成された B-L 非対称性を記述している。

(90) で強調すべきことは、 $N_{B-L}$  が上で説明した三つのパラメータ  $\epsilon_1, \tilde{m}_1, \bar{m}$  で支配されているということである。以下で詳しく見るが、レプトジェネシスのシナリオは次のようなものである；まず、逆崩壊、散乱過程によって重いニュートリノが生成される。このときの反応率を支配しているのが  $\tilde{m}_1$  である。続いて重いニュートリノ生成反応率よりも崩壊率が支配的になる。この時期を決めるのが  $\tilde{m}_1$  である。続いて重いニュートリノの崩壊によってレプトン非対称性が生成される。この非対称性の大きさを支配しているのが  $\epsilon_1, \tilde{m}_1$  である。そして、生成されたレプトン非対称性を消す反応を支配しているのが  $\bar{m}$  である。

以下の議論では、このような初期に生成された B-L 非対称性  $N_{B-L}^{in}$  はないものとする。 $\tilde{M}_1 > m_*$  かつ  $T^{in} > M_1$  に対して、十分大きい初期 B-L 非対称性  $N_{B-L}^{in}$  でも洗い流されることが示されている [39]。

共動体積中の数密度  $N$  は自動的に宇宙膨張の効果を含んでいる。共動体積  $R(t)^3$  を電弱相転移直後の時刻  $t_*$  において光子一個を含んでいるように

$$R(t_*) = (n_\gamma^{eq}(t_*))^{-1/3} \quad (92)$$

と決める。この場合、 $N_\gamma(t_*) = 1$  である。また、内部自由度  $g_B$  をもつボゾンに対しては  $N_B(t_*) = g_B/2$  であり内部自由度  $g_F$  をもつフェルミオンに対しては  $N_F(t_*) = 3g_F/8$  であ

る。よって、現在のバリオン-光子数密度比  $\eta_B$  は、

$$\begin{aligned}
\eta_B(t_0) &= \frac{n_B}{n_\gamma}(t_0) \\
&= \frac{N_B}{N_\gamma}(t_0) \\
&= \frac{N_\gamma(t_*)}{N_\gamma(t_0)} \frac{N_B(t_0)}{N_\gamma(t_*)} \\
&= \frac{n_\gamma(t_*)}{n_\gamma(t_0)} \frac{s(t_0)}{s(t_*)} \frac{N_B(t_0)}{N_\gamma(t_*)} \\
&= \frac{g(t_0)}{g(t_*)} N_B(t_0) \\
&\simeq 0.036 N_B
\end{aligned} \tag{93}$$

で与えられる。ここで、時刻  $t_0$  のエントロピー密度には相対論的粒子である光子と標準模型ニュートリノが寄与し ( $g(t_0) = 2 + 21/11$ )、時刻  $t_*$  では標準模型の全粒子が寄与する ( $g(t_*) = 434/4$ ) としている。  $N_1$  崩壊によって生成された B-L 非対称性はスファレロン過程によってバリオン非対称性に変換される、つまり (48) から与えられる。バリオン-光子密度比  $\eta_B$  は、

$$\eta_B = 0.036 \frac{[8\mathcal{N}_f + 4\mathcal{N}_H]}{22\mathcal{N}_f + 13\mathcal{N}_H} N_{B-L} \tag{94}$$

で与えられる。

結局、バリオン-光子比  $\eta_B$  を求めるには、ボルツマン方程式 (85) と (86) を解いて、(94) に代入することで求められる。

#### 5.4.1 レプトジェネシスの定性的理解

この節ではレプトジェネシスを定性的に理解することが目的である。簡単のため、散乱の寄与を無視して重いニュートリノの崩壊逆崩壊過程のみが起こるとする。この描像でもレプトジェネシスの定性的議論に支障はない。散乱の寄与を含めた現実的な場合については、後の節で扱う。

今の場合、(85) と (86) はそれぞれ以下のようになる；

$$\frac{dN_{N_1}}{dz} = -D(N_{N_1} - N_{N_1}^{\text{eq}}), \quad (95)$$

$$\frac{dN_{B-L}}{dz} = -\epsilon_1 D(N_{N_1} - N_{N_1}^{\text{eq}}) - W_{ID} N_{B-L}. \quad (96)$$

ここで、 $W_{ID}$  は逆崩壊の washout の寄与である。(91) と (95) から

$$\kappa(z) = -\frac{4}{3} \int_{z^{\text{in}}}^z dz' \frac{dN_{N_1}}{dz'} e^{-\int_{z'}^z dz'' W_{ID}(z'')} \quad (97)$$

$K$  は崩壊・逆崩壊確率に比例する。つまり、 $K$  は反応率を支配しているパラメータで  $K \gg 1$  の場合は崩壊・逆崩壊反応が頻繁に起こり、 $K \ll 1$  の場合は稀にしか起こらないことを意味する。

まず崩壊逆崩壊が頻繁に起こる  $K \gg 1$  の場合について考えることにする。見通しを良くする為に、重いニュートリノの初期数密度はゼロとする。まず十分高温である時期に、図4に示す逆崩壊過程によって重いニュートリノが生成される(図5 [40]を見よ)。

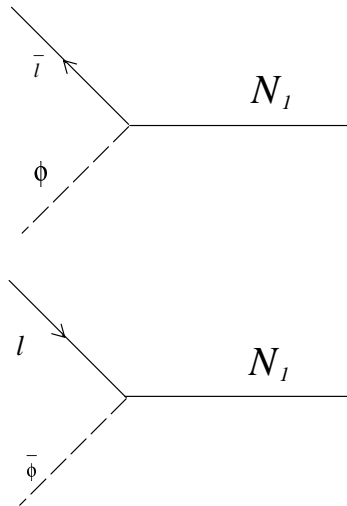


図4: 重いニュートリノを生成する過程

次節で扱うように、定量的に議論するときは、ボルツマン方程式 (95) を解いて議論しなければならない。



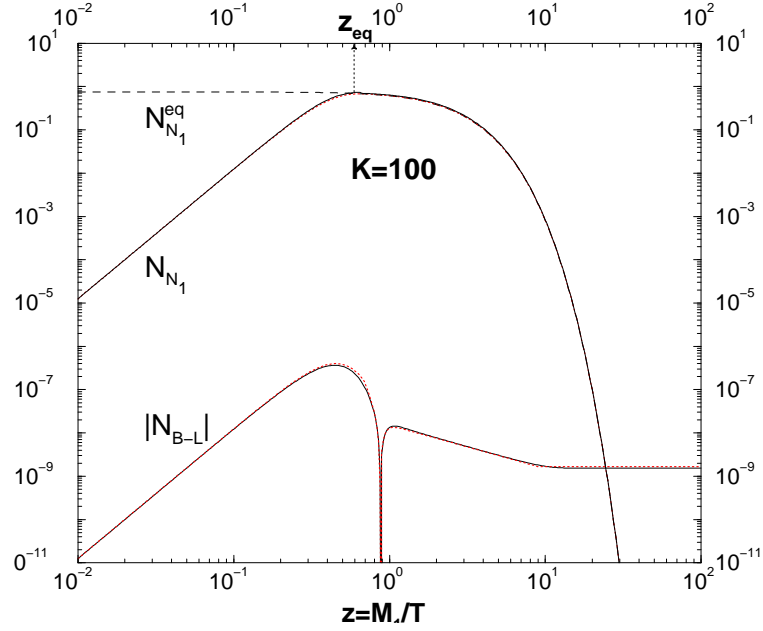


図 5: 初期値  $N_{N_1}^{in} = 0$  のときの重いニュートリノと B-L 非対称性の生成量  $N_{N_1}$  と  $N_{B-L}$  について、 $K=100$  の場合について示す； $|\epsilon_1|=10^{-6}$ 。

そして、 $K \gg 1$  であることから  $T > M_1$  の時期に崩壊と逆崩壊反応が釣り合う。さらに温度が冷えると重いニュートリノは崩壊する方がエネルギー的に有利になる。このとき、 $\Gamma(T = M_1) > H(T = M_1)$  を満たしているのでレプトン非対称性が生成される。

ここで、レプトン非対称性を生成する機構について詳しく見ることにする。レプトン非対称性が生成されるための Sakharov の条件の一つとして CP の破れがあった。CP の破れは摂動の 1 次までで図 6 に示す過程と図 7 との過程、及び図 8 との過程の干渉によって生成される。

これらの寄与から、CP 非対称性

$$\epsilon_1 = \frac{\Gamma(N \rightarrow l\bar{\phi}) - \Gamma(N \rightarrow \bar{l}\phi)}{\Gamma(N \rightarrow l\bar{\phi}) + \Gamma(N \rightarrow \bar{l}\phi)} \quad (98)$$

が得られる。(98) を計算すると、

$$\epsilon_1 = \frac{1}{8\pi} \sum_{j \neq 1} \frac{\text{Im}[(h^\dagger h)_{j1}^2]}{[h^\dagger h]_{11}} f\left(\frac{m_{N_j}^2}{m_{N_1}^2}\right) \quad (99)$$

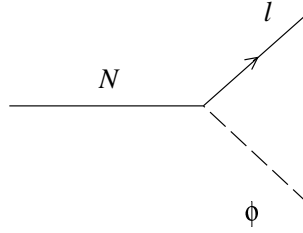


図 6: 樹木近似における重いニュートリノの崩壊過程

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sqrt{x} \left[ \left\{ \frac{1}{1-x} \right\} + \left\{ 1 - (1+x) \ln \left( \frac{1+x}{x} \right) \right\} \right] \\
 &\simeq -\frac{3}{2\sqrt{x}} \quad (x \gg 1)
 \end{aligned}
 \tag{100}$$

となる [41, 42]。ここで、(100) の第一項は真空分極の寄与で第二項以降は湯川結合定数への量子補正の寄与である。

B-L の生成量については、ボルツマン方程式 (95) と (96) を解いて求める。図 5 に  $K \gg 1$  の場合の例として  $K=100$  の場合について B-L 数密度  $N_{B-L}$  の時間発展を示す。

さて、今までは  $K \gg 1$  の頻繁に崩壊・逆崩壊が起こっている場合について考えていた。 $K \ll 1$  の場合については散乱項を含めて次節で議論する。

#### 5.4.2 定量的議論

前節でレプトジェネシスを単純な描像をもって定性的に議論した。この節では定量的な議論をするために、散乱を含めた場合を考える。ヒッグスとレプトンの、レプトン数を 1 だけ変える過程、 $\Delta L = 1$  弾性散乱の寄与である散乱項 S とそれに関連する washout 項  $W_{\Delta L=1}$  は、図 9,10,11 に示す t クォークを含む過程とゲージ粒子 A を含む過程が主に寄与

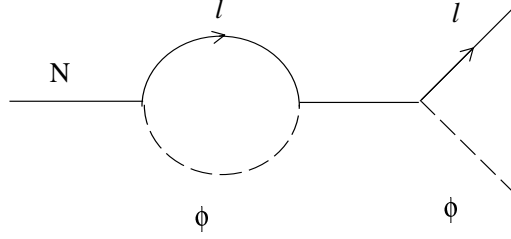


図 7: 重いニュートリノの真空分極を 1 ループまで含んだ重いニュートリノの崩壊過程する。

これらの効果は、図 9-図 11 から分かるように、 $N_{N_1}$  の生成量を増やす。これらの散乱過程では、 $S \propto \tilde{m}_1$  から  $\tilde{m}_1$  は散乱過程の大きさを決めるパラメータであることが分かるので、この節では  $K$  よりも  $\tilde{m}_1 (\geq m_1)$  [43] を使う。 $S^t$  と  $S^A$  は同程度の寄与であるとする [40]。t クォークの湯川結合のスケール依存性は、 $S^t$  を減少させるが  $S^A$  が部分的に埋め合わせるので無視することにする。

$S^t$  はさらに二つのクラス、s チャンネル  $N_1 l \leftrightarrow \bar{t} q$  と t チャンネル  $N_1 t \leftrightarrow \bar{l} q$  と u チャンネル  $N_1 \bar{q} \leftrightarrow \bar{l} t$  に分類される；

$$S^t = 2S_{\phi,s} + 4S_{\phi,t} \quad (101)$$

これらの散乱項は、散乱率と宇宙膨張率によって定義される；

$$S_{\phi,s(t)} = \frac{\Gamma_{\phi,s(t)}^{(N_1)}}{H z} \quad (102)$$

関数  $f_{\phi,s(t)}(z)$  を導入することによって (付録 A 参照)、

$$S^t = \frac{K_S}{6} (f_{\phi,s}(z) + 2f_{\phi,t}(z)) \quad (103)$$

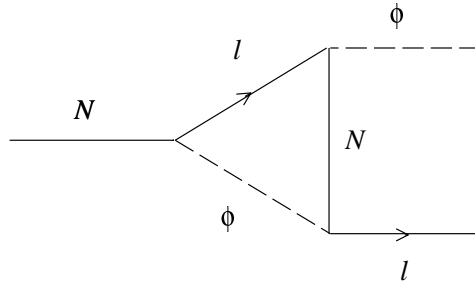


図 8: 重いニュートリノの湯川結合定数に対する量子補正を 1 ループまで含んだ重いニュートリノの崩壊過程

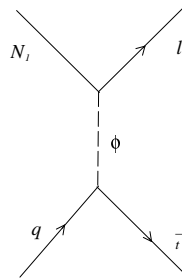


図 9:  $\Delta L = 1$  散乱過程 (s チャンネル)

と表せる。ここで、

$$K_S = \frac{\tilde{m}_1}{m_*^s} \quad (104)$$

$$m_*^s = \frac{4\pi^2}{9} \frac{g_{N_1} v^2}{m_t^2} m_* \simeq 10m_* \quad (105)$$

である。

この場合の散乱の寄与を図 12 に示す [40]。

図 12 から、この  $\Delta L = 1$  散乱の寄与は高温時では逆崩壊過程よりも重いニュートリノ生成に寄与することが分かる。

上の散乱項 S を含めた場合のボルツマン方程式 (84) と (86) を  $\tilde{m}_1 \ll m_*$  の場合につい

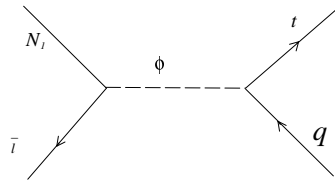


図 10:  $\Delta L = 1$  散乱過程 ( t チャンネル )

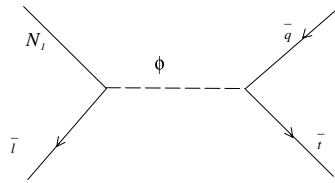


図 11:  $\Delta L = 1$  散乱過程 ( u チャンネル )

て解いた結果を図 13 に示す。図 13 は  $N_1$  の数密度  $N_{N_1}$  と B-L の数密度  $N_{B-L}$  の時間発展を示す [40]。

図 13 から分かるように、重いニュートリノの逆崩壊、散乱率と崩壊率が釣り合う時  $z = z_{eq}$  において  $N_{N_1}$  は増大している。加えて、efficiency factor も散乱項の有無にも敏感であることが分かる。これは、重いニュートリノの生成量が大きくなったためこの崩壊によって生成されるレプトン非対称性の量も大きくなったためだと考えられる。散乱の有無によって、 $z = z_{eq}$  において  $N_{N_1}$  は 2 倍ほど異なり、最終的な efficiency factor はオーダー 2 ほど異なることが分かる。

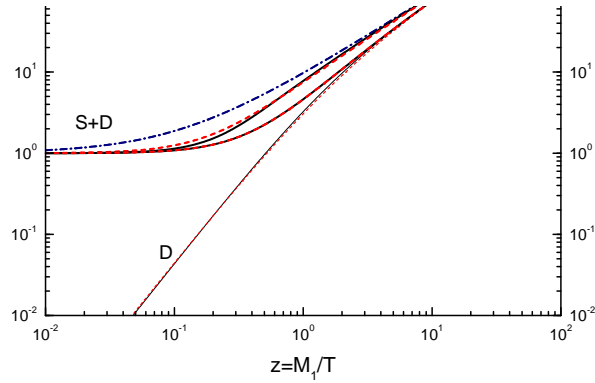


図 12: S+D と D の時間発展を  $K_S = 1$  の場合に示す。  $M_h/M_1 = 10^{-5}$  (上) と  $M_h/M_1 = 10^{-1}$  (下) の場合について示す。太線は S+D の数値計算結果を示す。実線は D の数値計算結果を示している。

#### 5.4.3 重いニュートリノ質量への制限

レプトジェネシスがバリオン非対称性を説明するために CP 非対称性の大きさに制限が課される。このことから重いニュートリノの質量に制限が課される。以下で詳しく調べる。

階層的な重いニュートリノに対しての最大 CP 非対称性は次ので与えられる [44] ;

$$\epsilon_1^{max} = \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} (m_3 - m_1). \quad (106)$$

よって、(91) と (94) から

$$\tilde{\eta}_B = \epsilon_1^{max} (M_1, m_3 - m_1) \kappa_1 (\tilde{m}_1, \tilde{m}). \quad (107)$$

が得られる。さらに  $\kappa_1$  が最大になるようにパラメータ  $\tilde{m}_1, \tilde{m}$  を固定したときバリオン非対称性も最大になる ;

$$\eta_B^{max} = \epsilon_1^{max} (M_1, m_3 - m_1) \kappa_1^{max}. \quad (108)$$

さて、レプトジェネシスがバリオン非対称性を説明するためには、(108) は WMAP [2] と Sloan Digital Sky Survey [3] との結果から得られるバリオン非対称性  $\eta_B^{obs}$  よりも大きくな

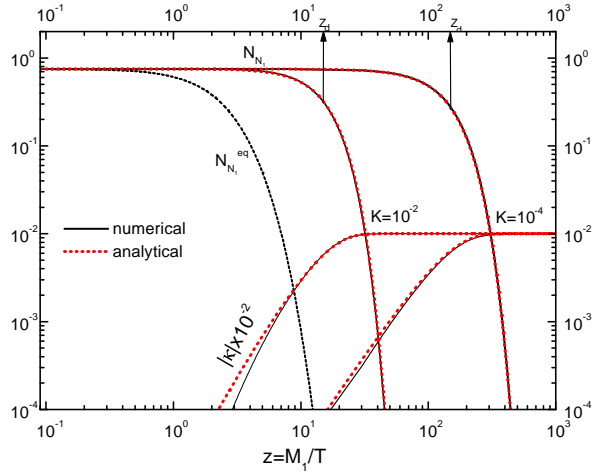


図 13:  $N_1$  と  $N_{B-L}$  の時間発展

なければならない；

$$\eta_B^{max} \geq \eta_B^{obs}。 \quad (109)$$

ここで、(108) と (106) から

$$\frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} (m_3 - m_1) \kappa_1^{max} \geq \eta_B^{obs} \quad (110)$$

が得られる。ここで、軽いニュートリノの質量を与えることによって、つまり  $m_1$  と  $m_3$  を固定することによって、 $M_1$  の下限が得られることが分かる。ニュートリノ振動実験は、大気ニュートリノに対して

$$\Delta m_{atm}^2 = (2.6 \pm 0.4) \times 10^{-3} eV^2 \quad (111)$$

を与える [45, 46]。そして太陽ニュートリノ実験 [48, 47] から

$$\Delta m_{sol}^2 \simeq (7.1_{-0.6}^{+1.2} \times 10^{-5}) eV^2 \quad (112)$$

が得られ、よって、

$$m_3 - m_1 = \sqrt{\Delta m_{atm}^2} \simeq (0.051 \pm 0.004) eV \quad (113)$$

であることが分かる。(113) を使うと結局 (110) から重いニュートリノ質量  $M_1$  の下限

$$M_1 > 4 \times 10^8 GeV \quad (114)$$

が得られる。

#### 5.4.4 軽いニュートリノ質量への制限

前節の議論から分かるように、生成されたレプトン非対称性を消してしまう  $\Delta L = 2$  散乱過程の寄与の大きさはパラメーター  $\tilde{m}$  が支配していた。よって、レプトン非対称性の生成量が十分残るという要請から軽いニュートリノ質量への制限が得られる。

CP 非対称性は、1 次摂動までで

$$\epsilon_1 = \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} \sum_{i \neq 1} \frac{\Delta m_{i1}^2}{m_i} \frac{\text{Im}[\tilde{h}_{i1}^2]}{(\tilde{h}^\dagger \tilde{h})_{11}} \quad (115)$$

であった。ここで、 $h_{ij}$  は重いニュートリノ  $N_j$  とレプトン  $l_i$  との湯川相互作用定数である。また、 $\Delta m_{i1}^2 = m_i^2 - m_1^2$  である。

$$z_i = \frac{\tilde{h}_{i1}^2}{(\tilde{h}^\dagger \tilde{h})_{11}} = x_i + iy_i \quad (116)$$

という量を考えると CP 非対称性は

$$\epsilon_1 = \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} \left( \frac{\Delta m_{21}^2}{m_2} y_2 + \frac{\Delta m_{31}^2}{m_3} y_3 \right) \quad (117)$$

と表すことができる。 $\Delta m_{31}^2/m_3 > \Delta m_{21}^2/m_2$  であることと、(116) に

$$\sum_i |z_i|^2 = 1 \quad (118)$$

という関係があることから、 $y_3$  が 1 に近づけば CP 非対称性が最大値に近づくことが分かる。このことから、最大値

$$\epsilon_1^{\max} = \frac{3}{16\pi} \frac{M_1 m_3}{v^2} \left[ 1 - \frac{m_1}{m_3} \left( 1 + \frac{m_3^2 - m_1^2}{\tilde{m}_1^2} \right)^{1/2} \right] \quad (119)$$

が得られる [39] ( $m_3 \gg m_1$  とすると (106) に一致する)。ここで重要なことは、CP 非対称性が重いニュートリノ質量  $M_1$ 、軽いニュートリノ質量  $m_1, m_3$ 、パラメーター  $\tilde{m}_1$  の三つのパラメーターで表されているということである。以下で分かるように、これらのパラ



メータで表されていることによって、軽いニュートリノ質量の制限が定量的に解析できるのである。

(94)、(90)、(119) から最終的なバリオン-光子比  $n_B/n_\gamma$  の最大値

$$\left(\frac{n_B}{n_\gamma}\right)^{max} \simeq 0.96 \times 10^{-2} \epsilon_1^{max} \kappa_f^{max} \quad (120)$$

が得られる。ただし、バリオン-光子比の初期値は0であるとした。ここで、efficeicy factor  $\kappa_f^{max}$  は、以前に述べたようにパラメーター  $\tilde{m}_1, \bar{m}$  で支配されていてボルツマン方程式 (85)、(86) を解くことによって得られる。

ところで軽いニュートリノが階層型の場合、

$$m_3^2 - m_2^2 = \Delta m_{atm}^2 = 2.5 \times 10^{-3} eV^2 \quad (121)$$

$$m_2^2 - m_1^2 = \Delta m_{sol}^2 = 6.9 \times 10^{-5} eV^2 \quad (122)$$

である。ここで、ニュートリノ振動実験 [47, 49] の結果を用いた。つまり、軽いニュートリノ質量について、

$$m_3^2 = \frac{1}{3}(\bar{m}^2 + 2\Delta m_{atm}^2 + \Delta m_{sol}^2) \quad (123)$$

$$m_2^2 = \frac{1}{3}(\bar{m}^2 - \Delta m_{atm}^2 + \Delta m_{sol}^2) \quad (124)$$

$$m_1^2 = \frac{1}{3}(\bar{m}^2 - \Delta m_{atm}^2 - 2\Delta m_{sol}^2) \quad (125)$$

$$(126)$$

というように全ての軽いニュートリノ質量の二乗和  $\bar{m}^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$  が分かれば軽いニュートリノ質量が全て分かる。よって、(120) は四つのパラメーター  $(n_B/n_\gamma)^{max}, M_1, \tilde{m}_1, \bar{m}$  のよって記述される。

図 14 に  $\bar{m}$  を適当な値に固定したときのバリオン非対称性からくる  $M_1$  と  $\tilde{m}_1$  の許容領域を示す [39]。図 14 から  $\bar{m} \geq 0.20 eV$  では許容領域が無いことを示している。よって、軽いニュートリノ質量が階層的な場合は、バリオン非対称性を生成するためには軽いニュー

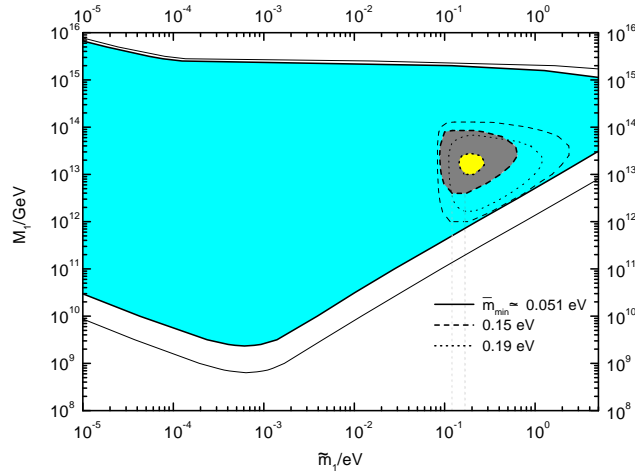


図 14: 階層型の場合。太線内の塗りつぶされた領域は  $(n_B/n_\gamma)^{max} = 10^{-10}$  の場合の許容領域である。細線内の塗りつぶされた領域は  $(n_B/n_\gamma)^{max} = 3.6 \times 10^{-10}$  の場合の許容領域である。

トリノ質量が

$$m_{1,2} < 0.11eV, \quad m_3 < 0.12eV \quad (127)$$

でなければならないことが分かる [39]。

軽いニュートリノが逆階層的な場合は、

$$m_2^2 - m_1^2 = \Delta m_{atm}^2 = 2.5 \times 10^{-3} eV^2 \quad (128)$$

$$m_3^2 - m_2^2 = \Delta m_{sol}^2 = 6.9 \times 10^{-5} eV^2 \quad (129)$$

であるので、軽いニュートリノ質量はそれぞれ、

$$m_3^2 = \frac{1}{3}(\bar{m}^2 + \Delta m_{atm}^2 + 2\Delta m_{sol}^2) \quad (130)$$

$$m_2^2 = \frac{1}{3}(\bar{m}^2 + \Delta m_{atm}^2 - \Delta m_{sol}^2) \quad (131)$$

$$m_1^2 = \frac{1}{3}(\bar{m}^2 - 2\Delta m_{atm}^2 - \Delta m_{sol}^2) \quad (132)$$

である。

図 15 に  $\bar{m}$  を適当な値に固定したときのバリオン非対称性からくる  $M_1$  と  $\tilde{m}_1$  の許容領域を示す [39]。図 15 から  $\bar{m} \geq 0.21eV$  では許容領域が無いことを示している (最大 CP 非

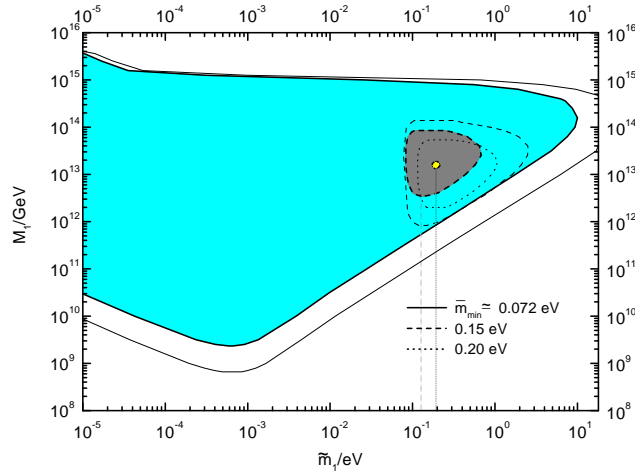


図 15: 逆階層型の場合。太線内の塗りつぶされた領域は  $(n_B/n_\gamma)^{max} = 10^{-10}$  の場合の許容領域である。細線内の塗りつぶされた領域は  $(n_B/n_\gamma)^{max} = 3.6 \times 10^{-10}$  の場合の許容領域である。

対称性が軽いニュートリノ質量パターンに依存することに注意せよ。よって、軽いニュートリノ質量が逆階層的な場合は、バリオン非対称性を生成するためには軽いニュートリノ質量が

$$m_1 < 0.11\text{eV}, \quad m_{2,3} < 0.12\text{eV} \quad (133)$$

でなければならないことが分かる [39]。

## 5.5 熱的レプトジェネシス-重いニュートリノ質量が縮退している場合

前節までは重いニュートリノ質量が階層的である場合を扱った。この節では、重いニュートリノ質量がほぼ縮退している場合についての熱的レプトジェネシスを扱う。

重いニュートリノ質量がほぼ縮退している場合は、重いニュートリノの真空分極が頻繁に起こり、CP 非対称性も大きくなる。その結果、重いニュートリノ質量の下限が、階層的である場合に比べて、非常に低くなる。

階層的な場合は、重いニュートリノの崩壊幅が質量に比べて非常に小さいとして扱うことは妥当だとして考えていた。しかし、重いニュートリノ質量がほぼ縮退している場合は崩壊幅を含めて扱わなければならない。

単純化のために、右巻きニュートリノが二世代の場合を扱う。重いニュートリノ質量が縮退している場合においてもバリオン生成機構は、階層的な場合と同じである。今の場合ボルツマン方程式は、

$$\frac{dN_{N_i}}{dz} = -(N_{N_i} - N_{N_i}^{eq})D_i, \quad (i = 1, 2), \quad (134)$$

$$\frac{dN_l}{dz} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1,2} \epsilon_i (N_{N_i} - N_{N_i}^{eq}) \quad (135)$$

$$-W(N_l^{eq} - N_l) \quad (136)$$

である。ここで、 $D_1$  は (83)、 $D_2$  は重いニュートリノ  $N_2$  についての崩壊過程の寄与で (83) において 1 を 2 に置き換えたものである。また、 $W$  は重いニュートリノ  $N_2$  の寄与を含めた

$$W = \sum_{i=1,2} \frac{1}{n_l^{eq}} \left( \frac{1}{2} \gamma_{N_i} + \gamma_{\Delta L=2} + 2\gamma_{\phi,t}^{(l)} + \gamma_{\phi,s}^{(l)} \frac{n_{N_i}}{n_{N_i}^{eq}} \right) \quad (137)$$

で与えられる。

これを解いた結果を図 16 に示す [50]。

つまり、重いニュートリノ質量が階層的である場合の制限 (114) に反して  $M_{N_1} = 10TeV$  でも十分にバリオン非対称性を生成できる。

今の場合、制限 (114) に反して  $M_{N_1} = 10TeV$  でもなぜ十分にバリオン非対称性を生成できたのか気になる。この原因は、重いニュートリノ伝播関数の CP を破る真空分極が頻繁に起こることにある。

CP 非対称性は、 $M_1^2 - M_2^2 \ll M_1^2 \sim M_2^2$  の近似の下で、

$$\epsilon_1 = \frac{Im[h_{l1}^* h_{l2} h_{\nu 1}^* h_{\nu 2}]}{8\pi|h_{l1}|^2} \frac{r_N}{r_N + 4A_{22}^2}, \quad (138)$$

$$\epsilon_2 = \frac{Im[h_{l1}^* h_{l2} h_{\nu 1}^* h_{\nu 2}]}{8\pi|h_{l2}|^2} \frac{r_N}{r_N + 4A_{11}^2} \quad (139)$$

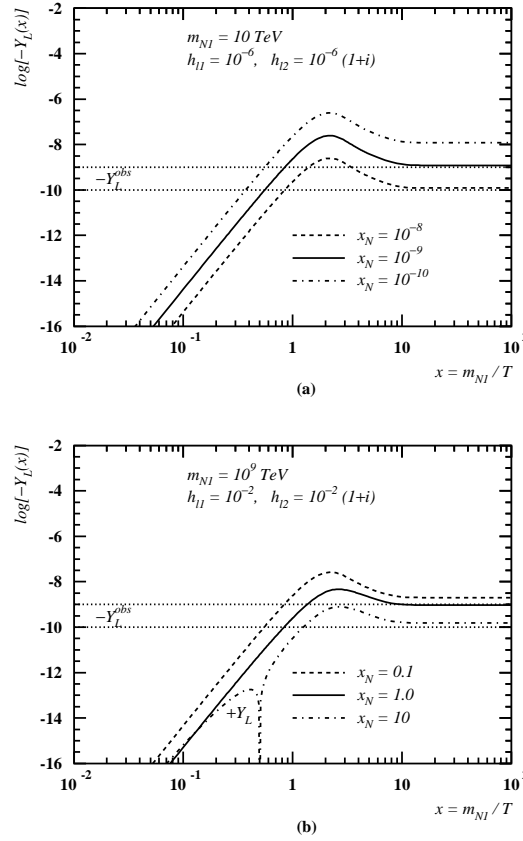


図 16: 特定のパラメーターを選んだときのレプトン非対称性の時間発展。点水平線内が観測からのバリオン非対称性  $(0.6 - 1) \times 10^{-10}$  [37] に相当するレプトン非対称性である。 $Y_L(x)$  は本稿の  $N_l(z)$  である。また、 $x_N = (M_2/M_1) - 1$  である。

で与えられる [50]。ここで、 $r_N = (M_1^2 - M_2^2)/(M_1 M_2)$  である。 $A_{ii}$  は重いニュートリノの伝播関数  $\mathcal{D}_{ij} = \delta_{ij}(\not{p} + M_i) + \Sigma_{ij}^{abs}$  で定義される吸収項  $\Sigma_{ij}^{abs}(\not{p})$  の因子で、

$$\Sigma_{ij}^{abs} = A_{ij} \not{p} P_L + A_{ij}^* \not{p} P_R \quad (140)$$

で定義される。ここで、 $A_{ii} = A_{ii}^*$  である。また、 $P_L$  と  $P_R$  はそれぞれカイラリティーの左巻きと右巻きへの射影演算子である。この式において、 $A_{22}$ 、 $A_{11}$  を小さくとってかつ  $M_1$  と  $M_2$  を縮退させていくと CP 非対称性が大きくなることが分かる。

CP 非対称性が最大値になるのは、重いニュートリノの質量二乗差が崩壊幅程度

$$M_2 - M_1 \sim \Gamma_{1,2} \quad (141)$$

の場合である [51]。ここで、 $\Gamma_{1,2}$  はそれぞれ重いニュートリノ  $N_1$ 、 $N_2$  の崩壊幅である。

さて、重いニュートリノが縮退型の場合にも十分なバリオン非対称性が生成できることが分かったが、この場合にも階層的である場合のようにニュートリノの性質として何か意味のある情報が引き出せないだろうかと考えたくなる。縮退型の場合は、パラメーターの数がほぼ二倍になり、また階層的であるという近似もつかえないので一般的には難しい。縮退型であるとして、 $M_2 = M_3$ 、 $\Gamma_2 = \Gamma_3$ 、 $m_3 = \tilde{m}_1 = \tilde{m}_2 = \tilde{m}_3$  という近似が妥当であるとして軽いニュートリノ質量  $m$  の上限

$$m_3 < 0.6eV \tag{142}$$

が得られている [52]。

## 6 まとめ

バリオン非対称生成機構として、熱的レプトジェネシスについて説明した。重いニュートリノが階層的である場合、最終的なバリオン非対称性は三つのパラメーター  $M_1$ 、 $\tilde{m}_1$ 、 $\bar{m}$  のみ記述できた。これによって、熱的レプトジェネシスからニュートリノの性質、重いニュートリノ質量の下限と軽いニュートリノ質量の上限、を得ることができた。本稿では扱わなかったが、minimal seesaw model ではレプトジェネシスの CP を破る位相を、ニュートリノ振動とニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊に寄与する CP を破る位相で構成でき、バリオン非対称性とニュートリノの性質がより密接になる [53]。

一方、重いニュートリノが縮退型の場合、パラメーターの数が多すぎるため熱的レプトジェネシスからニュートリノの性質を得る事は難しい。縮退型としてパラメーターに対する仮定  $M_2 = M_3$ 、 $\Gamma_2 = \Gamma_3$ 、 $m_3 = \tilde{m}_1 = \tilde{m}_2 = \tilde{m}_3$  が妥当であるとして、軽いニュートリノ質量の上限を得ることができた。

このように熱的レプトジェネシスは非常に興味深い機構だが、重いニュートリノ質量スケールが宇宙の再加熱温度より大きい場合はうまく働かない。この場合は、インフラトン崩壊時にバリオン非対称性が生成されるという非熱的バリオジェネシス、非熱的レプトジェネシスはその候補になるのかもしれない [54]。

## 謝辞

本稿を作成するにあたり、指導をして下さった安田先生に感謝致します。また、貴重な御意見を下さった研究室の皆さんに感謝致します。



## A レプトジェネシスにおけるボルツマン方程式と $\Delta L = 2$ 散乱

この節では、レプトジェネシスにおいて扱うボルツマン方程式を導入する。第5節で述べた崩壊、散乱過程がレプトジェネシスに寄与する。ボルツマン方程式の衝突項で  $\Delta L = 2$  散乱を扱うときに注意しなければならない事は、内線の質量核上の寄与を取り出さなければならないことである [55]。これは、内線の質量核上の寄与が崩壊・逆崩壊過程と同じ寄与であるため二重に遷移振幅を数え上げることになるからである。この節では、Buchmuller 達 [40] に従って計算を実行する。単純化のために入射エネルギー  $s$  と重いニュートリノの中で最も軽い質量  $M_1$  が残りの質量  $M_2, M_3$  と比べて十分小さい場合 ( $s, M_1 \ll M_2, M_3$ ) について考える。

共鳴領域を扱うために自己相互作用の対角部分は摂動で全次数を足し上げ [56]、非対角部分は摂動の1次までを考慮する。 $\Delta L = 2$  散乱振幅において、自由伝播関数はブライト - ウィグナー型伝播関数

$$\frac{1}{s - M_1^2 + iM_1\Gamma_1} = \frac{1}{M_1^2} \left( \frac{1}{D_1(x)} - i \frac{1}{R_1(x)} \right) \quad (143)$$

に置き換えられる。ここで、

$$\frac{1}{D_1(x)} = \frac{x-1}{(x-1)^2 + c^2}, \quad \frac{1}{R_1(x)} = \frac{c}{(x-1)^2 + c^2}, \quad (144)$$

$$\frac{1}{D_1^2(x)} + \frac{1}{R_1^2(x)} = \frac{1}{c} \frac{1}{R_1(x)}, \quad (145)$$

$$x = \frac{s}{M_1^2}, \quad c = \frac{\Gamma_1}{M_1} = \frac{1}{8\pi} K_{11}, \quad K_{ij} = (h^\dagger h)_{ij} \quad (146)$$

である。ここで、 $h_{ij}$  は重いニュートリノ  $N_j$  とレプトン二重項、ヒッグス二重項  $l_i\phi$  との湯川結合定数である。

平均遷移行列要素は次で与えられる [56] :

$$|\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi)|_{av}^2 = 2s^2 \sum_{ij} (A_{ij} - B_{ij} - C_{ij} - 4s \sum_k (D_{ijk} + \bar{E}_{ijk})), \quad (147)$$

$$|\mathcal{M}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi})|_{av}^2 = 2s^2 \sum_{ij} (A_{ij} + B_{ij} + C_{ij} + 4s \sum_k (D_{ijk} + \bar{E}_{ijk})). \quad (148)$$

ここで、平均遷移行列要素は

$$|\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi)|_{av}^2 = \int_{-s}^0 dt |\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi)|^2 \quad (149)$$

で与えられる。t はマンデルシュタム変数でこの積分は終状態レプトンの角度についての積分に相当する。

ここで、(147),(148) は質量核上の寄与と最低次の質量核外の寄与のみを考慮した。つまり、レプトジェネシスに寄与しない CP 保存 1 ループの寄与は含んでいない。  $A_{ij}, B_{ij}$  は  $N_i - N_j$  s チャンネル干渉項を表現していて、  $O(h^6)$  までで

$$A_{11} = K_{11}^2 \frac{1}{M_1^2} \left( \frac{1}{D_1^2} + \frac{1}{R_1^2} \right) \quad (150)$$

$$A_{1i} + A_{i1} = -2 \text{Re}[K_{1i}^2] \frac{1}{M_1 M_i} \frac{1}{D_1} \quad (151)$$

$$A_{ij} = \text{Re}[K_{ij}^2] \frac{1}{M_i M_j} \quad (152)$$

$$B_{11} = B_{ij} + B_{ji} = 0 \quad (153)$$

$$B_{1i} + B_{i1} = 2 \text{Im}[K_{1i}^2] \frac{1}{M_1 M_i} \frac{1}{R_1}. \quad (154)$$

$$(i, j = 2, 3)$$

$N_1 - N_{1s}$  チャンネル項の自己相互作用とヴァーテックス補正はそれぞれ

$$C_{1k} = -2x \text{Im}[K_{1k}^2] \frac{c}{M_1 M_k} \left( \frac{1}{D_1^2} + \frac{1}{R_1^2} \right) \quad (155)$$

$$D_{11k} = \frac{1}{2} \text{Im}[K_{1k}^2] \frac{c}{\sqrt{x} M_1^4} f\left(\frac{M_k^2}{s}\right) \left( \frac{1}{D_1^2} + \frac{1}{R_1^2} \right) \quad (156)$$

である。ここで、

$$f(y) = \sqrt{y} \left( 1 - (1+y) \ln\left(\frac{1+y}{y}\right) \right) \quad (157)$$

$$= -\frac{1}{2\sqrt{y}} + O\left(\frac{1}{y}\right) \quad (158)$$

である。そして、s-u チャンネル干渉項は

$$\bar{E}_{11k} = -D_{11k} \quad (159)$$

である。これから

$$D_{11k} + \bar{E}_{11k} = 0, \quad (160)$$

また  $s = -M_1^2$  において

$$B_{1i} + B_{i1} + C_{1i} = 0 \quad (161)$$

という関係が得られる。つまり、 $\Delta L = 2$  CP 非対称散乱断面積は  $O(h^4)$  として消える。

$\Delta L = 2$  散乱振幅において、重いニュートリノ  $N_1$  を不安定粒子として定義する：

$$\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi) \simeq \langle l\phi | N_1 \rangle \frac{i}{s - M_1^2 + iM_1\Gamma_1} \langle N_1 | \bar{l}\bar{\phi} \rangle. \quad (162)$$

遷移確率での質量核の寄与 (the real intermediate state と呼ばれる) は崩壊幅を 0 にとずる極限として識別する：

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi)|_{RIS}^2 &= \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} 2s^2 \left( A_{11} - \sum_k (C_{1k} + 4sD_{11k}) \right) \\ &= 16\pi^2 K_{11} M_1^2 (1 + 2\epsilon_1^M + \epsilon_1^V) \delta(x-1). \end{aligned} \quad (163)$$

ここで、 $\epsilon_1^M$  と  $\epsilon_1^V$  はそれぞれ自己エネルギーとヴァーテックス補正からくる CP 非対称性である：

$$\epsilon_1^M = \frac{1}{8\pi} \sum_k \frac{\text{Im}[K_{1k}^2]}{K_{11}} \frac{M_1}{M_k} \quad (164)$$

$$\epsilon_1^V = -\frac{1}{8\pi} \sum_k \frac{\text{Im}[K_{1k}^2]}{K_{11}} f\left(\frac{M_1}{M_k}\right). \quad (165)$$

よって、質量核上の寄与を引き去った  $\Delta L = 2$  散乱振幅の二乗は、 $O(h^4)$  までで、

$$|\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi)|_{sub}^2 = |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_+^2 + |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_-^2 \quad (166)$$

$$|\mathcal{M}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi})|_{sub}^2 = |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_+^2 - |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_-^2 \quad (167)$$

$$(i, j = 2, 3)$$

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_+^2 &= 2s^2 \left[ \frac{K_{11}^2}{M_{11}^2} \left\{ \frac{1}{D_1^2} + \frac{1}{R_1^2} - \frac{\pi}{c} \delta(x-1) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2} \left( 1 + \frac{x+1}{D_1} \right) \ln(x+1) + \frac{2}{xD_1} \right\} \right. \\ &\quad \left. - 6 \sum_i \text{Re}[K_{1i}^2] \frac{1}{M_1 M_i} \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{2D_1} - \frac{(x-1)}{x^2} \ln(x+1) \right\} \right. \\ &\quad \left. + 3 \sum_{i,j} \text{Re}[K_{ij}^2] \frac{1}{M_i M_j} \right], \end{aligned} \quad (168)$$

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_-^2 &= \frac{1}{2} (|\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi)|_{av}^2 - |\mathcal{M}(l\phi \rightarrow l\phi)|_{av}^2) \\ &= -32\pi^2 K_{11} M_1^2 (\epsilon_1^M + \epsilon_1^V) \delta(x-1) \end{aligned} \quad (169)$$

である。

(166-169) から、 $s \ll M_1^2$  においては

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi)|_{sub}^2 &= |\mathcal{M}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi})|_{sub}^2 \\ &= 6s^2 \sum_{ij} \text{Re}[K_{ij}^2] \frac{1}{M_i M_j} \\ &= \frac{6s^2}{v^4} \text{tr}(m_\nu^\dagger m_\nu) \end{aligned} \quad (170)$$

となることが分かる。これは、軽いニュートリノ質量の上限を得るとき必要となる項である [57]。

さて、 $ll \rightarrow \bar{\phi}\bar{\phi}$  散乱過程も考慮しなければならない。この過程の遷移振幅の二乗は

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\Delta L=2,t}|^2 &= 2s^2 \left[ \frac{K_{11}^2}{M_1^2} \left\{ \frac{2}{x+1} + \frac{2}{x(x+2)} \ln(x+1) \right\} \right. \\
&\quad + 6 \sum_j \operatorname{Re}[K_{1j}^2] \frac{1}{M_1 M_j} \frac{1}{x} \ln(x+1) \\
&\quad \left. + 3 \sum_{i,k} \operatorname{Re}[K_{ik}^2] \frac{1}{M_i M_k} \right] \quad (171)
\end{aligned}$$

である。(171)も  $s \ll M_1^2$  において

$$|\mathcal{M}_{\Delta L=2,t}|^2 = \frac{6s^2}{v^4} \operatorname{tr}(m_\nu^\dagger m_\nu) \quad (172)$$

となる。

さて、軽いニュートリノ質量の上限を求める場合、5.4.4 で説明したように CP 非対称性は最大にとった。このとき、湯川結合定数、重いニュートリノ質量、軽いニュートリノ質量の間に

$$\operatorname{Re}[\tilde{h}_{21}^2] = \operatorname{Re}[\tilde{h}_{31}^2] = 0, \quad \operatorname{Re}[\tilde{h}_{11}^2] = \frac{m_1 M_1}{v^2} \quad (173)$$

という関係が成立するので、恒等式

$$\sum_{i \neq 1} \operatorname{Re}[K_{1i}^2] \frac{1}{M_i} = -\frac{K_{11}^2}{M_1} + \sum_{j=1}^3 \frac{m_j}{v^2} \operatorname{Re}[\tilde{h}_{j1}^2] \quad (174)$$

から

$$\sum_{i \neq 1} \operatorname{Re}[K_{1i}^2] \frac{1}{M_i} = -\frac{M_1}{v^4} (\tilde{m}_1^2 - m_1^2) \quad (175)$$

という関係が成立する [39, 40]。そこで、これらを (168) に代入すると

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\Delta L=2,+}|^2 &= \frac{2s^2}{v^4} [\tilde{m}_1^2 \left\{ \frac{1}{D_1^2} + \frac{1}{R_1^2} - \frac{\pi}{c} \delta(x-1) \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{x^2} \left( 1 + \frac{x+1}{D_1} \right) \ln(x+1) \right\} \\
&\quad + 6(\tilde{m}_1^2 - m_1^2) \left[ \frac{x+1}{x} + \frac{1}{2D_1} \right. \\
&\quad \left. - \frac{(x-1)}{x^2} \ln(x+1) \right] + 3\bar{m}] \quad (176)
\end{aligned}$$

となる。同様に、 $ll \rightarrow \bar{\phi}\bar{\phi}$  散乱過程については

$$|\mathcal{M}_{\Delta L=2,t}|^2 = \frac{2s^2}{v^4} [\tilde{m}_1^2 \{ \frac{2}{x+1} - 3 + \frac{2}{x(x+2)} \ln(x+1) \} + 6(\tilde{m}_1^2 - m_1^2) [1 - \frac{1}{x} \ln(x+1) + 3\bar{m}^2]] \quad (177)$$

となる。

(176) と (177) は、 $s \ll M_1^2$  において

$$|\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_+^2 = |\mathcal{M}_{\Delta L=2,t}|^2 = \frac{6s^2}{v^4} \bar{m}^2 \quad (178)$$

となる。また、 $M_1^2 \ll s \ll M_{2,3}^2$  においては

$$|\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_+^2 = |\mathcal{M}_{\Delta L=2,t}|^2 = \frac{6s^2}{v^4} (\tilde{m}_1^2 + \bar{m}^2 - 2m_1^2) \quad (179)$$

となる。よって、レプトン数密度に対するボルツマン方程式は、

$$\frac{dn_l}{dz} + 3Hn_l = \frac{n_{N_1}}{n_{N_1}^{eq}} \gamma^{eq}(N_1 \rightarrow l\phi) - \frac{n_l}{n_l^{eq}} \gamma^{eq}(l\phi \rightarrow N_1) \quad (180)$$

$$+ \frac{n_{\bar{l}}}{n_l^{eq}} \gamma_{sub}^{eq}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi) - \frac{n_l}{n_l^{eq}} \gamma_{sub}^{eq}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) \quad (181)$$

$$+ \gamma^{eq}(\bar{\phi}\bar{\phi} \rightarrow ll) - \left( \frac{n_l}{n_l^{eq}} \right)^2 \gamma^{eq}(ll \rightarrow \bar{\phi}\bar{\phi}) \quad (182)$$

となる。ここで、ヒッグス二重項は、平衡状態であると仮定した。また、 $\gamma^{eq}$  は熱平衡の場合の反応率である。CP 非対称性  $\epsilon_1$  は

$$\gamma^{eq}(N_1 \rightarrow l\phi) = \gamma^{eq}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow N_1) = \frac{1 + \epsilon_1}{2} \gamma_{N_1} \quad (183)$$

$$\gamma^{eq}(N_1 \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) = \gamma^{eq}(l\phi \rightarrow N_1) = \frac{1 - \epsilon_1}{2} \gamma_{N_1} \quad (184)$$

さらに  $\Delta L = 2$  散乱過程については

$$\gamma^{eq}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi) = \gamma_{\Delta L=2,+}^{eq} - \frac{1}{2} \epsilon_1 \gamma_{N_1} \quad (185)$$

$$\gamma^{eq}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) = \gamma_{\Delta L=2,+}^{eq} + \frac{1}{2} \epsilon_1 \gamma_{N_1} \quad (186)$$

$$\gamma^{eq}(\bar{\phi}\bar{\phi} \leftrightarrow ll) = \gamma^{eq}(\bar{l}\bar{l} \leftrightarrow \phi\phi) = \gamma_{\Delta L=2,t}^{eq} \quad (187)$$

として現れる。ここで、

$$\gamma_{N_1} = n^{eq} \frac{1}{8\pi} (h^\dagger h)_{11} M_1 \frac{K_1(z)}{K_2(z)} \quad (188)$$

である。ここで、 $K_1(z), K_2(z)$  はそれぞれ第一種、第二種変形ベッセル関数である。また、

$$\begin{aligned} \gamma_{\Delta L=2,+}^{eq} &= \int d\Pi_{N_1} d\Pi_{\bar{l}} d\Pi_{\bar{\phi}} d\Pi_l d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta(P_{\bar{l}} + P_{\bar{\phi}} - P_l - P_\phi) \\ &\quad \times f_l^{eq}(P_l) |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_+^2 \end{aligned} \quad (189)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{\Delta L=2,t}^{eq} &= \int d\Pi_{N_1} d\Pi_{\bar{l}} d\Pi_{\bar{\phi}} d\Pi_l d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta(P_{\bar{l}} + P_{\bar{\phi}} - P_l - P_\phi) \\ &\quad \times f_l^{eq}(P_l) f_l^{eq}(P_l) |\mathcal{M}_{\Delta L=2}|_t^2 \end{aligned} \quad (190)$$

である。B-L 数密度は、

$$n_l = n_l^{eq} - \frac{1}{2} n_{B-L}, \quad n_{\bar{l}} = n_l^{eq} + \frac{1}{2} n_{B-L} \quad (191)$$

として導入する。よって、B-L 数密度に対するボルツマン方程式は

$$\frac{dn_{B-L}}{dz} + 3H n_{B-L} = -\epsilon_1 \left( \frac{n_{N_1}}{n_{N_1}^{eq}} - 1 \right) \gamma_{N_1} - \frac{n_{B-L}}{n_l^{eq}} \left( \frac{1}{2} \gamma_{N_1} + \gamma_{\Delta L=2} \right) \quad (192)$$

である。ここで、

$$n_{\Delta L=2} = 2\gamma_{\Delta L=2,+}^{eq} + 2\gamma_{\Delta L=2,t}^{eq} \quad (193)$$

である。さらに、 $\Delta L = 1$  散乱過程を考慮すると、

$$\begin{aligned} \frac{dn_{B-L}}{dz} + 3H n_{B-L} &= -\epsilon_1 \left( \frac{n_{N_1}}{n_{N_1}^{eq}} - 1 \right) \gamma_{N_1} \\ &\quad - \frac{n_{B-L}}{n_l^{eq}} \left( \frac{1}{2} \gamma_{N_1} + \gamma_{\Delta L=2} \right. \\ &\quad \left. + 2\gamma_{\phi,t}^{(l)} + \gamma_{\phi,s}^{(l)} \frac{n_{N_1}}{n_{N_1}^{eq}} \right) \end{aligned} \quad (194)$$

ここで、

$$\gamma_{\phi,t}^{(l)} = n_{N_1}^{eq} \frac{M_1}{32g_{N_1}\pi^2} \frac{I_{\phi,t(s)}(z)}{K_2(z)z^3}, \quad (195)$$

$$I_{\phi,t(s)}(z) = \int_{z^2}^{\infty} d\psi \hat{\sigma}_{\phi,t(s)}(\psi) \sqrt{\psi} K_1(\sqrt{\psi}) \quad (196)$$

である。ここで、

$$\hat{\sigma}_{\phi,t(s)} = \frac{3(\frac{3m_t^2}{v^2}) M_1 \tilde{m}_1}{4\pi v^2} f_{\phi,t(s)}(x) \quad (197)$$

である [58]。ここで、 $m_t$  はtクォークの質量で、また  $x = \psi/z^2$  である。 $f_{\phi,t(s)}(x)$  は、

$$f_{\phi,t}(x) = \frac{x-1}{x} \left[ \frac{x-2 + 2(\frac{m_h}{M_1})^2}{x-1 + (\frac{m_h}{M_1})^2} + \frac{1 - 2(\frac{m_h}{M_1})^2}{x-1} \ln\left(\frac{x-1 + (\frac{m_h}{M_1})^2}{(\frac{m_h}{M_1})^2}\right) \right] \quad (198)$$

$$f_{\phi,s}(x) = \left( \frac{x-1}{x} \right)^2 \quad (199)$$

である。ここで、 $m_h$  はヒッグス粒子の質量である。関数  $f_{\phi,t(s)}(z)$  は

$$f_{\phi,t(s)}(z) = \frac{\int_{z^2}^{\infty} d\psi f_{\phi,t(s)}(\psi/z^2) \sqrt{\psi} K_1(\sqrt{\psi})}{z^2 K_2(z)} \quad (200)$$

で与えられる。



## 参考文献

- [1] Particle Data Group (2004).
- [2] WMAP Collaboration, D.N.Spergel *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 175
- [3] Max Tegmark *et al.*, astro-ph/0310723
- [4] A.D.Sakhrov, *Pis'maZh.Eksp.Teor.Fiz.* **5** (1967) 32 [*JETP Lett.* **5** (1967) 24].
- [5] M.Fukugita, T.Yanagida, *Phys.Lett.* **B 174** (1986) 45.
- [6] S.Coleman, in *The Whys of Subnuclear Physics*, Erice 1977, ed. by A. Zichichi (Plenum Press, New York 1979) p.805.
- [7] F.R.Klinkhammer, N.S.Manton, *Phys.Rev.* **D 30** (1984) 2212;  
N.S.Manton, *Phys.Rev.* **D 28** (1983) 2019.
- [8] J.S.Langer, *Ann.Phys.(NY)* **54** (1969) 258.
- [9] I.Affleck, *Phys.Rev.Lett.* **46** (1981) 388.
- [10] P.Arnold, L.McLerran, *Phys.Rev.* **D 36** (1987) 581;  
A.Ringwald, *Phys.Lett.* **B 201** (1988) 510;  
D.Yu.Grigoriev, V.A.Rubakov, *Nucl.Phys.Lett.* **B 299** (1988) 69;  
S.Yu.Khlebnikov, M.E.Shaposhnikov, *Nucl.Phys.* **B 308** (1988) 885.
- [11] T.Akiba, H.Kikuchi, T.Yanagida, *Phys.Rev.* **D 40** (1989) 588.
- [12] S.Yu.Khlebnikov, M.E.Shaposhnikov, *Nucl.Phys.* **B 308** (1988) 885;  
P.Arnold, L.McLerran, *Phys.Rev.* **D 36** (1987) 581.
- [13] P.Arnold, D.Son, L.G.Yaffe, *Phys.Rev.* **D 55** (1989) 6264.

- [14] D.Bödrker, G.D.Moore,K.Rummukainen,Phys.Rev.**D 61** (2000) 056003;  
G.D.Moore,hep-ph/0009161.
- [15] G.D.Moore, T.Turok, Phys.Rev.**D 56** (1997) 65633;  
J.Ambjørn, A.Krasnitz,Nucl.Phys.**B 506** (1997) 387.
- [16] D.Yu.Grigoriev, V.A.Rubakov, M.E.Shaposhnikov,Phys.Lett.**B 353** (1989) 346;  
Nucl.Phys.**B 326** (1989) 387.
- [17] J.Ambjørn, T.Askgaard, H.Porter,M.E.Shaposhnikov,Nucl.Phys.**B 353** (1991) 346;  
J.Ambjørn, A.Krasnitz, Phys.Lett.**B 362** (1995) 97.
- [18] V.A.Kuzmin,V.A.Rubakov,M.E.Shaposhnikov,Phys.Lett.**B 155** (1985) 36
- [19] J.A.Harvey,M.S.Tuner,Phys.Rev.**D 42** (1990) 3344;  
B.A.Campbell,S.Davidson,J.Ellis,K.A.Olive,Phys.Lett.**B 294** (1992) 118.
- [20] V.A.Kuzmin,V.A.Rubakov,M.E.Shaposhnikov,Phys.Lett.**B 191** (1987) 171;  
H.Dreiner,G.G.Ross,Nucl.Phys.**B 410** (1993) 188;  
J.M.Cline,K.Kainulainen,K.A.Olive,Phys.Rev.**D 49** (1994) 6394.
- [21] M.E.Shaposhnikov,Nucl.Phys.**B 287** (1987) 757; **B 299** (1988) 797;  
レビューについては次を参照,  
A.G.Cohen,D.B.Kaplan,A.E.Nelson,Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.**43** (1983) 27.
- [22] J.Ambjørn,M.L.Laursen,M.E.Shaposhnikov,Nucl.Phys.**B 316** (1989) 483;  
L.McLerran,Phys.Rev.Lett.**62** (1989) 1075;  
N.Turok,J.Zadrozny,Phys.Rev.Lett.**65** (1990) 2331;

- L. McLerran, M. Shaposhnikov, N. Turok, M. Voloshin, Phys. Lett. **B 256** (1991) 451;  
M. Dine, P. Huet, R. Singleton, Jr., Nucl. Phys. **B 375** (1992) 625.
- [23] A. G. Cohen, D. B. Kaplan, A. E. Nelson, Nucl. Phys. **B 349** (1991) 727;  
A. E. Nelson, Nucl. Phys. **B 373** (1992) 453.
- [24] Linde, Phys. Lett. **B 70** (1977) 306;  
A. M. Guth, E. J. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 1131;  
P. J. Steinhardt, Nucl. Phys. **B 179** (1981) 492.
- [25] Y. Aoki, F. Csikor, Z. Fodor, A. Ukawa, Phys. Rev. **D 60** (1999) 013001.
- [26] ALEPH, DELPHI, L3 and OPAL Collaboration, hep-ph/0107029
- [27] A. I. Bochkev, S. V. Kuzmin, M. E. Shaposhnikov, Phys. Lett. **B 244** (1990) 275;  
J. R. Espinosa, M. Quiros, F. Zwirner, Phys. Lett. **B 307** (1993) 106.
- [28] M. Carena, M. Quiros, C. E. M. Wagner, Phys. Lett. **B 380** (1996) 81;  
Nucl. Phys. **B 524** (1998) 3.
- [29] M. Quiros, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **101** (2001) 401.
- [30] F. Csikor, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 932.
- [31] G. R. Farrar, M. E. Shaposhnikov, Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 2833;  
**71**, 210(1993)(E).
- [32] M. Joyce, K. Kainulainen, JHEP **7** (2000) 18; M. Carena *et al.*, Nucl. Phys. **B 599** (2001) 158.
- [33] M. Tegmark *et al.* astro-ph/0310723

- [34] P. Minkowski, Phys. Lett. B **67** (1977) 421;  
T.Yanagida, in *Workshop on unified Theories*, KEK report 79-18 (1979) p. 95;  
M.Gell-Mann, P.Ramond, R.Slansky, in *Supergravity* (North Holland, Amsterdam, 1979) eds. P.van Nieuwenhuizen, D.Freedman, p. 315
- [35] Z.Maki, M.Nakagawa, S.Sakata, Prog.Theor.Phys. 28 (1962) 970
- [36] M.Plumacher, Z. Phys. C **74** (1997) 207
- [37] E.W.Kolb, M.S.Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley, New york, 1990
- [38] R.Barbieri, P.Creminelli, A.Strumia, N.Tetradis, Nucl.Phys.B **643** (2002) 367
- [39] W.Buchmuller, P.Di.Bari, M.Plumacher, Nucl. Phys. B **665** (2003) 445
- [40] W.Buchmuller, P.Di.Bari, M.Plumacher, hep-ph/0401240
- [41] M.Fukugita, T.Yanagida, Phys. Lett. B **174** (1986) 45;
- [42] M. Flanz, E. A. Paschos, U. Sarkar, Phys.Lett.B **345** (1995) 248; **382** (1996) 447 (E)
- [43] M. Fujii, K. Hamaguchi, T.Yanagida, Phys. Rev. D **65** (2002) 115012
- [44] S. Davidson, A.Ibarra, Phys. Lett. B **570** (2003) 198
- [45] G.L.Fogli, E. Lisi, A.Marrone, D.Morrone, A.Palazzo, A.M.Rotunno, hep-ph/0310012
- [46] M.H.Ahn *et al.*, K2K Collaboration, Phys.Rev.Lett. **90** (2003) 041801
- [47] M.Shiozawa *et al.*, SK Collaboration in *Neutrino 2002*, Proc. to appear.
- [48] Q.R.Ahmad *et al.*, SNO Collaboration, nucl-ex/030900

- [49] KamLAND Collaboration, K.Eguchi *et al.*, hep-ph/0212021
- [50] A.Pilaftsis, Phys.Rev.**D 56** (1997) 5431
- [51] A.Pilaftsis, T.E.Underwood, Nucl.Phys.**B 692** (2004) 303
- [52] T.Hambye, Y.Lin, A.Notari, M.Papucci, A.Strumia, hep-ph/0312203
- [53] V.Bager, D.A.Dicus, H.J.He, T.Li, hep-ph/0310278
- [54] G. Lazarides, Q. Shafi, Phys.Lett.**B 258** (1991) 305;  
Kazuya Kumekawa, Takeo Moroi, Tsutomu Yanagida, Prog.Theor.Phys. 92 (1994) 437;  
T. Asaka, Koichi Hamaguchi, M. Kawasaki, T. Yanagida, hep-ph/9906365
- [55] E.W.Kolb, S.Wolfram, Nucl.Phys.**B 195** (1980) 224; Nucl.Phys. **B 201** (1982) 542(E)
- [56] T. Hambye, Y. Lin, A. Notari, M. Papucci, A. Strumia, Nucle.Phys.**B 695** (2004) 169
- [57] W. Buchmuller, P. Di Bari, M. Plumacher, Nucl.Phys.**B 643** (2002) 367
- [58] M. Plumacher, Nucl. Phys. **B 530** (1998) 207