

短い基線のニュートリノ振動における 非標準的相互作用の現象論

首都大学東京理工学研究科物理学専攻
清水圭

2008年1月10日

概要

本論文は、次世代の高エネルギーニュートリノ源として構想が進んでいるニュートリノファクトリーを用いて短い基線の振動実験を行う場合、物質中を伝播するニュートリノが受ける非標準的相互作用の効果についての研究である。一般的な解析式を導出した後、具体的に $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ 、 $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ の振動チャンネルを用いて、 $\epsilon_{e\tau}$ と未定パラメータにどのような制限が与えられるのかを議論する。その結果、 $\epsilon_{e\tau}$ と θ_{13} が比較できる値の時、複数のエネルギーの振動確率を用いれば $|\epsilon_{e\tau}|$ と $|\Delta m_{21}^2 U_{e2} U_{\tau 2}^* + \Delta m_{31}^2 U_{e3} U_{\tau 3}^*|$ および $\pm \arg[\epsilon_{e\tau}(\Delta m_{21}^2 U_{e2} U_{\tau 2}^* + \Delta m_{31}^2 U_{e3} U_{\tau 3}^*)^*]$ が決定できる結論を得る。

目次

第 1 章 序論	3
第 2 章 標準模型とニュートリノ	5
2.1 標準模型の構造	5
2.2 質量生成と混合行列	8
第 3 章 ニュートリノ振動	12
3.1 真空中でのニュートリノ振動	12
3.2 物質中でのニュートリノ振動	14
3.3 ニュートリノ振動実験	17
3.3.1 大気ニュートリノ実験	19
3.3.2 太陽ニュートリノ実験	21
3.3.3 原子炉ニュートリノ実験	22
第 4 章 非標準的相互作用を含むニュートリノ振動	23
4.1 ニュートリノファクター	23
4.2 短い基線の振動確率 1:定式化	25
4.3 短い基線の振動確率 2:解析	30
第 5 章 結論	32

第1章 序論

素粒子の「標準模型」が生まれて30年以上が経った。これまで膨大な費用と人力を費やして、「標準模型」の検証と新たな現象の探索が行われてきた。その結果、検証で残っているのはヒッグス粒子の発見、探索で見つかったのはニュートリノ振動現象、という状況に現在立っている。ニュートリノ振動以外の素粒子現象を30年以上ほぼ完璧に説明してきたという事実から、「標準模型」の物理理論としての強固さを伺い知ることができる。それ故に、ヒッグス粒子に関わる質量の起源の問題とニュートリノ振動の問題を、19世紀末の光速度の問題と黒体放射の問題になぞらえて、パラダイム転換の鍵をにぎる問題として位置づける見方も少なくない。

さて、ようやく見つけた「標準模型」で説明できない現象を示すニュートリノは、ベータ崩壊で生成される電子のエネルギースペクトルを説明するため、1930年パウリにより提案された粒子である。ニュートリノは電荷がゼロで、質量も「標準模型」に登場する他のフェルミオンに比べはるかに小さい。よって弱い相互作用でしか捉えられないニュートリノは、検出が非常に難しい。実際、コーワンとライネスが原子炉から発生するニュートリノを液体シンチレーターで捉え、ニュートリノの存在を初めて証明するのはパウリの予言から26年後のことである。ニュートリノの質量が小さいと言ったが、正確には質量は上限しか与えられておらず、以下のとおりである。

$$\begin{aligned}m_{\nu_e} &< 3eV \\m_{\nu_\mu} &< 190KeV \\m_{\nu_\tau} &< 18.2MeV\end{aligned}\tag{1.1}$$

それぞれの上限は、電子ニュートリノはベータ崩壊から、ミューニュートリノはパイ中間子崩壊から、タウニュートリノはタウオン崩壊から与えられている。「標準模型」ではニュートリノの質量がゼロと仮定されているが、現在はニュートリノ振動の発見によりニュートリノは有限の質量を持つことが分かっている。

「標準模型」を超えた理論の探索のためには、既に「標準模型」の枠組みを超えている有限質量をもったニュートリノの性質を詳細に調べる必要がある。「標準模型」に現象論的な拡張を施してニュートリノの質量を取り入れる場合、その質量項の組み方など繊細な問題が多いが、素直に理解されるのはクォークセクター同様、レプトンセクターでも荷電カレントを介して世代間の混合が可能になることである。この混合を特徴づける混合行列の成分は、ニュートリノの質量二乗差と合わせて振動実験により測定される。今までの実験結果をもとに、クォークセクターとレプトンセクターの混合行列を比べると、

$$V_{KM} = \begin{pmatrix} 0.9739 \sim 0.9751 & 0.221 \sim 0.227 & 0.0029 \sim 0.0045 \\ 0.221 \sim 0.227 & 0.9730 \sim 0.9744 & 0.039 \sim 0.044 \\ 0.0048 \sim 0.014 & 0.037 \sim 0.043 & 0.9990 \sim 0.9992 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$$U_{MNS} \simeq \begin{pmatrix} 0.79 \sim 0.88 & 0.47 \sim 0.61 & < 0.20 \\ 0.19 \sim 0.52 & 0.42 \sim 0.73 & 0.58 \sim 0.82 \\ 0.20 \sim 0.53 & 0.44 \sim 0.74 & 0.56 \sim 0.81 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

のようになる。上がクォークセクター、下がレプトンセクター [1] の混合行列である。レプトンセクターではまだ測られていないパラメータも存在し、不定性が大きい。しかしこの時点でもすでに、クォークセクターの混合行列は単位行列に近い形であるのに対して、レプトンセクターでは単位行列から大きくずれている、すなわち世代間の混合がかなり大きいことが理解できる。そして、これらのパラメータは「標準模型」の内部からは決まらない。よって自然が持っているこの事実を「標準模型」を超えた理論が説明しなければならない。そのためには、混合行列のパラメータを精密に測定しておく必要があり、精密測定のための実験が数多く構想されている。その一つにニュートリノファクトリー実験と呼ばれるものがあるが、その特徴は大強度高エネルギーのニュートリノビームを用いる点にある。

ところで、将来の実験でパラメータの精密測定が行われる際、それまで見えてこなかった新しい物理を発見できる可能性もある。新しい物理の効果 ϵ を現象論的に探求する場合の困難は、振動確率のなかでそれらが複雑な相関に依っていて、解析的に整理できない点にあった。しかし、高エネルギーニュートリノを用いて短い基線の振動実験を行えば、 ϵ が混合行列の未決定パラメータ θ_{13} と同程度の大きさの場合、その効果を簡潔に確かめられる。つまり、未知の相互作用がどのように振動確率に効いてくるのか知ることができる。このことを示すのが本論文の目的である。

最後に、全体の流れをまとめておく。まず第2章では「標準模型」の概説を行う。ただしこの章はあくまでもニュートリノが主役の本論文において、現在の「標準模型」内でのニュートリノの扱われ方を確認することが目的であるので、場の理論の説明や「標準模型」の裏付き実例には立ち入らない。第2章での素粒子論の現状をふまえて、第3章ではニュートリノ振動の一般論を解説する。この章で行う定式化が第4章の土台となる。第4章では、未知の物質効果を考慮した場合のニュートリノ振動を議論する。そこではニュートリノファクトリーで得られる高エネルギーニュートリノを用い、比較的短い基線の環境を設定する。ニュートリノのエネルギー固有値の差 $\Delta E_{jk} \equiv E_j - E_k$ 、基線長 L に対し振動確率を $\Delta E_{jk} L$ で展開した後、簡単のため二次までを考える。一方、標準的物質効果は $\Delta E_{jk} L$ で展開した振動確率にはその三次まで現れないことが知られており、そのために振動確率と新たな物理の効果との間に簡潔な関係が見いだされる。これを用い、 $\epsilon_{\alpha\beta}$ と現在未決定のパラメータ θ_{13}, δ を含む $X_j^{\alpha\beta}$ との振動確率に対する相関をまとめる。複数のエネルギーでの振動確率を考えることにより、 $\epsilon_{\alpha\beta}$ と $X_j^{\alpha\beta}$ の絶対値、および $\epsilon_{\alpha\beta}$ と $X_j^{\alpha\beta}$ のなす角の関係が導ける結論を得る。そして具体的には $\nu_e \rightarrow \nu_\tau, \bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ の振動チャンネルを用いると、 $\epsilon_{e\tau}$ と θ_{13} が比較できる大きさの時、上の関係から $|\epsilon_{e\tau}|$ と $|\Delta m_{21}^2 U_{e2} U_{\tau 2}^* + \Delta m_{31}^2 U_{e3} U_{\tau 3}^*|$ および $\pm \arg[\epsilon_{e\tau} (\Delta m_{21}^2 U_{e2} U_{\tau 2}^* + \Delta m_{31}^2 U_{e3} U_{\tau 3}^*)^*]$ が決定できるのが現実的である結論を得る。

第2章 標準模型とニュートリノ

素粒子物理学の目標は、自然が基本的な構成要素として何からできているのか、そしてその構成要素はいかに力を及ぼし合っているのか、を解明することである。この目標の達成は、全ての素粒子現象を包括的に説明できるラグランジアンを手に入れることによる。そして、いま到達しているのが「標準模型」と呼ばれる理論なのである。「標準模型」は、強い相互作用に関する物理を記述する量子色力学 (Quantum Chromo Dynamics:以下 QCD) と、電磁相互作用と弱い相互作用に関する物理を統一的に記述するワインバーグ・サラム理論を総称したものである。QCD もワインバーグ・サラム理論もゲージ理論という枠組みをもった理論である。すなわち、ゲージ対称性を指導原理としてラグランジアンを組むことで必然的にゲージ場が導入され、導入前からあった場合との相互作用が一意的に決まるのである。そしてこのように作られた QCD とワインバーグ・サラム理論は、現在までニュートリノ振動実験以外のすべての実験結果を非常によく説明するので、「標準模型」と呼ばれる地位を得ている。この章では、「標準模型」の概観をながめ、その中でニュートリノがどのように記述されているのかを確認する。

2.1 標準模型の構造

この節では、「標準模型」のなかで物質を構成している基本粒子とそれらの間に働く力を把握した後、QCD とワインバーグ・サラム理論のラグランジアンを概観する。はじめに、「標準模型」の基本構成要素を確認する。物質粒子を構成しているのは、クォークとレプトンと呼ばれるフェルミオンである。

u	c	t
d	s	b
ν_e	ν_μ	ν_τ
e	μ	τ

上行がクォーク、下行がレプトンである。レプトンの上下2種のうち上に置かれているのがニュートリノで、その下に置かれた荷電レプトンとの対応から電子ニュートリノ、ミューニュートリノ、タウニュートリノと名前がついている。クォークやレプトンの種類のことをフレーバーと呼ぶ。それぞれの列は世代と呼ばれ、左から第1世代・第2世代・第3世代と分類する。世代数が大きくなるにつれて粒子の質量は大きくなる。我々の身の回りの通常の物質は、第1世代の粒子から成っている。

次に、基本粒子間に働く力について確認する。現在、自然現象に見出される相互作用は4つに見分けがついている。それは、重力・電磁気力・強い力・弱い力の4つである。重力と電磁気力の2つは我々の巨視的な世界でも直接的に現れるため、他の2つの力に比べ早くに見出さ

れ、工業的にも応用されてきた。時代が進み、原子は原子核と電子による構造をもつことが分かり、さらに原子核にも陽子と中性子による構造があることが認められると、正に帯電した陽子が集まって安定でいられるために電磁気力より「強い」力が必要となる。原子核をひとつにまとめている力が強い力である。弱い力は、放射性原子核の崩壊をひきおこすために必要とされた。基本粒子で考えれば弱い力のおかげで、重い粒子種は第1世代のより軽い、宇宙の安定物質を成す粒子に崩壊することが許される。普通の素粒子現象を考える場合、他の力に比べ十分小さい重力については無視をする。物質を構成する基本粒子の間に働く力を、表にまとめておく。本論文の主役であるニュートリノは電荷をもたず、また「標準模型」においては質量も持たない。重力を考慮しないとき、ニュートリノに働くのは弱い力のみである。

	重力	電磁気力	強い力	弱い力
$u \quad c \quad t$ $d \quad s \quad b$	☆	☆	☆	☆
$\nu_e \quad \nu_\mu \quad \nu_\tau$	☆			☆
$e \quad \mu \quad \tau$	☆	☆		☆

以上「標準模型」で登場する物質粒子の確認を終えた。ここからは粒子間に働く、重力以外の相互作用を記述するラグランジアンを紹介する。まずはじめに、強い相互作用を記述する QCD について試みる。基本粒子で強い相互作用をするのはクォークのみである。本論文はレプトンであるニュートリノについての考察だが、現在の「標準模型」の全体を眺めその中のニュートリノの立ち位置を確認することが本章の目的であるので、QCD の概観に触れておく。また、この概観は素粒子理論がゲージ理論という枠組みで記述されていることを確かめるのにも役立つ。QCD のラグランジアン密度は次の形で与えられる。

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \bar{q} (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) q - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^\alpha G_{\mu\nu}^\alpha \quad (2.1)$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ig_s \frac{\lambda_\alpha}{2} G_\mu^\alpha \quad (2.2)$$

$$G_{\mu\nu}^\alpha \equiv \partial_\mu G_\nu^\alpha - \partial_\nu G_\mu^\alpha + g_s f_{\beta\gamma}^\alpha G_\mu^\beta G_\nu^\gamma \quad (2.3)$$

q は上で確認した6種類のクォーク場を表し、カラー三重項である。

$$q = \begin{pmatrix} q_r \\ q_b \\ q_g \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

クォーク場の局所 $SU(3)_c$ 変換の下での普遍性をラグランジアンに要請することで、ゲージ場 G_μ^α が導入される。ゲージ理論ではゲージ場が、相互作用を媒介する粒子 (QCD ではグルーオンと呼ばれる) を記述する。そしてゲージ場の導入により、クォーク場とグルーオンの相互作用

が自然に決まる。 g_s は強い相互作用に対する結合定数であり、 $\lambda_\alpha (\alpha = 1, \dots, 8)$ は $SU(3)$ の生成子を成すゲルマン行列を表す。(2.3) は $f_{\beta\gamma}^\alpha$ を $SU(3)$ の構造定数として、場の強さを与えている。(2.1) の一項目はグルーオンとの相互作用を含めたクォークのラグランジアンであり、二項目はグルーオン同士の自己相互作用を含んだグルーオンのラグランジアンである。

次に紹介するのは、電磁相互作用と弱い相互作用を統一的に記述するワインバーグ・サラム理論のラグランジアンである。節のはじめで挙げた基本粒子のうち、電磁相互作用は電荷をもたないニュートリノ以外、弱い相互作用はニュートリノも含めすべての粒子が関わってくる。この理論は、局所 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 対称性を課すことで相互作用が決まる。 $SU(2)_L$ 変換の下で不変なラグランジアンを構築するために、基本粒子をカイラリティで区別し、

$$\psi_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi \quad \psi_L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi \quad (2.5)$$

$SU(2)$ の二重項を次のように組む。

$$q_{L1} \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \quad q_{L2} \equiv \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix} \quad q_{L3} \equiv \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$l_{L1} \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \quad l_{L2} \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix} \quad l_{L3} \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

右手系のものは、 $SU(2)_L$ 変換で不変な一重項とする。

$$u_{R1} \equiv u_R \quad u_{R2} \equiv c_R \quad u_{R3} \equiv t_R \quad (2.8)$$

$$d_{R1} \equiv d_R \quad d_{R2} \equiv s_R \quad d_{R3} \equiv b_R \quad (2.9)$$

$$e_{R1} \equiv e_R \quad e_{R2} \equiv \mu_R \quad e_{R3} \equiv \tau_R \quad (2.10)$$

右手系のニュートリノが登場しないのは、ワインバーグ・サラム理論が作られた当時、右手系のニュートリノの存在を示唆する証拠が無かったためである。現在においても、直接的に右手系のニュートリノは見つかっていない。上のようカイラリティで区別された基本粒子からラグランジアンは、

$$\mathcal{L}_{WS} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 \quad (2.11)$$

のように大きくわけて3つの部分から構成される。まず \mathcal{L}_1 の中身は、

$$\mathcal{L}_1 = \sum_{\psi} \bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.12)$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ig \frac{\tau_a}{2} W_\mu^a + i g' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (2.13)$$

$$W_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \epsilon_{bc}^a W_\mu^b W_\nu^c \quad (2.14)$$

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.15)$$

である。(2.12)はQCDでも似た構造が認められたように、物質粒子とゲージ粒子との相互作用を記述する第一項と自己相互作用を含んだゲージ粒子を記述する第二項以下から成る。ただ、相違点として物質粒子の質量項が無いのは、カイラリティRとLの結合によって作られるフェルミオンの質量項が $SU(2)_L$ 対称性を破ってしまうからである。ゲージ理論では系の対称性が相互作用を決めるため、対称性を優先して質量をゼロにしなければならない。 ψ は先ほど定義した q_{Li} 、 l_{Li} 、 u_{Ri} 、 d_{Ri} 、 e_{Ri} で和をとる。 W_μ^a 、 B_μ はそれぞれ局所 $SU(2)_L$ 、 $U(1)_Y$ 変換不変を要請して導入されたゲージ場である。 g 、 \hat{g} はゲージ場 W_μ^a 、 B_μ と物質場との相互作用の強さを表す結合定数、 τ_a ($a = 1, 2, 3$)は $SU(2)$ の生成子を成すパウリ行列、 Y はハイパーチャージ演算子を表す。 e_{bc}^a を $SU(2)$ の構造定数として(2.14)、(2.15)は場の強さを与えている。ワインバーグ・サラム理論のラグランジアン(2.11)のうち、残りの部分はヒッグス場 Φ を次のように導入し、

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \Phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi^- & \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathcal{L}_2 = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.17)$$

$$\mathcal{L}_3 = - \sum_{i,j} \left(f_{ij}^{(u)} \bar{q}_{Li} \tilde{\Phi} u_{Rj} + f_{ij}^{(d)} \bar{q}_{Li} \Phi d_{Rj} + f_{ij}^{(e)} \bar{l}_{Li} \Phi e_{Rj} + h.c. \right) \quad (2.18)$$

である。ただし、 i, j は1から3までの世代について和をとり、

$$\tilde{\Phi} \equiv i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

と定義した。また、 $f_{ij}^{(u)}$ などは湯川結合定数と呼ばれる結合定数であり、 $h.c.$ はエルミート共役項を表す。 \mathcal{L}_2 はヒッグス粒子を記述し、 \mathcal{L}_3 で表される物質粒子とヒッグス粒子の相互作用から物質粒子に質量が生成される。この機構は次の節で触れる。以上、QCD(2.1)とワインバーグ・サラム理論(2.11)は素粒子の「標準模型」と総称されている。

2.2 質量生成と混合行列

この節では物質粒子に質量を与えるメカニズムを概説し、ゲージ固有状態の基底と質量固有状態の基底の間でラグランジアンにどのような違いが現れるのか確認する。ワインバーグ・サラム理論は、 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ理論の形式により電磁相互作用と弱い相互作用を統一的に記述する。しかし、基本粒子のうち左手系で $SU(2)$ 二重項、右手系で $SU(2)$ 一重項を形成しているためゲージ対称性を破らずにフェルミオンの質量を組むことができない。それ故、(2.12)で確認したようにフェルミオンの質量項はゼロであった。現実の現象を記述するためには、フェルミオンに質量を与えねばならず、ヒッグス場を介在させてフェルミオンに質量を生成する機構が \mathcal{L}_2 、 \mathcal{L}_3 に含まれている。

(2.17)で $\mu^2 > 0$ とすると、 $\sqrt{-\mu^2}$ はもはや Φ の質量ではなくポテンシャルの形を決めるだけのパラメータである。この場合、ポテンシャルの極小値は $|\Phi| \neq 0$ で縮退して存在する。そ

して系の真空状態は、その極小値のひとつの状態として現れる。

$$\langle 0|\Phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

注目すべきは、 $|\Phi| \neq 0$ で真空が決まると同時に系の $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 対称性が自発的に破られ、 $U(1)_{em}$ 対称性だけが残る点である。対称性が自発的に破れた後の物理をみるために、真空状態周りのヒッグス場を非線形表現で表す。

$$\Phi(x) = e^{\frac{i\tau^a \zeta_a(x)}{v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

ユニタリゲージを考えると、ラグランジアン (2.18) の中にフェルミオンの質量項を見ることができる。

$$\mathcal{L}_3 : - \sum_{i,j} \left(\frac{v f_{ij}^{(u)}}{\sqrt{2}} \bar{u}_{Li} u_{Rj} + \frac{v f_{ij}^{(d)}}{\sqrt{2}} \bar{d}_{Li} d_{Rj} + \frac{v f_{ij}^{(e)}}{\sqrt{2}} \bar{e}_{Li} e_{Rj} + h.c. \right) \quad (2.22)$$

$$u_{L1} \equiv u_L \quad u_{L2} \equiv c_L \quad u_{L3} \equiv t_L \quad (2.23)$$

$$d_{L1} \equiv d_L \quad d_{L2} \equiv s_L \quad d_{L3} \equiv b_L \quad (2.24)$$

$$e_{L1} \equiv e_L \quad e_{L2} \equiv \mu_L \quad e_{L3} \equiv \tau_L \quad (2.25)$$

いま、 f, u を行列とベクトルのようにみなす。すなわち、 f_{ij}, u_i は f, u の成分を表す。すると、理論がくり込み可能であるためには対称性から許される相互作用をすべて取り込む必要があるので、 f は任意の複素行列である。この行列をバイ・ユニタリ変換で対角化することを考える。2つのユニタリ行列 S, T を用いて

$$S^\dagger \frac{v f}{\sqrt{2}} T = M \quad (2.26)$$

のように対角化する。 M が対角行列である。この時、(2.22) は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 & : - \left(\bar{u}_L S^{(u)} M^{(u)} T^{(u)\dagger} u_R + \bar{d}_L S^{(d)} M^{(d)} T^{(d)\dagger} d_R + \bar{e}_L S^{(e)} M^{(e)} T^{(e)\dagger} e_R + h.c. \right) \\ & = - \sum_{i,j} \left(M_{ij}^{(u)} \bar{u}_{Li}^M u_{Rj}^M + M_{ij}^{(d)} \bar{d}_{Li}^M d_{Rj}^M + M_{ij}^{(e)} \bar{e}_{Li}^M e_{Rj}^M + h.c. \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

となる。対角行列 M の対角成分が物質を構成する基本粒子の質量固有値を与え、

$$M^{(u)} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$M^{(d)} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

$$M^{(e)} = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

u_L^M, u_R^M などが、その質量固有状態のカイラリティ L および R 状態を表す。ワインバーグ・サラム理論ではニュートリノは右手系のみ存在する結果、ここで確認できるようにニュートリノの質量項は現れない。すなわち、ニュートリノの質量はゼロである。

質量生成の説明を終え、次に混合行列について述べる。ここまでで、ゲージ固有状態 u_L, u_R の基底で記述された系は対称性の自発的破れの後、ユニタリ行列による回転 $S^{(u)\dagger} u_L, T^{(u)\dagger} u_R$ で質量固有状態 u_L^M, u_R^M の基底で記述される系に変わることが分かった。この操作で物質粒子の、光子による電磁相互作用と Z^0 ボソンによる弱い相互作用を表す項は形を変えないが、 W^\pm ボソンによる弱い相互作用を表す項にはフレーバーの混合を可能にする行列が残る。実際、 W^\pm ボソンによる相互作用をクォークセクターでみると、物質粒子とゲージ粒子の相互作用を記述する (2.12) の第一項目から、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &: \sum_i \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{q}_{Li} \gamma^\mu \tau^+ q_{Li} W_\mu^+ + h.c. \\ &= \sum_i \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{Li} \gamma^\mu d_{Li} W_\mu^+ + h.c. \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_L \gamma^\mu d_L W_\mu^+ + h.c. \\ &\Rightarrow \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^M S^{(u)\dagger} \gamma^\mu T^{(d)} d_L^M W_\mu^+ + h.c. \\ &= \sum_{i,j} \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{Li}^M \gamma^\mu \left(S^{(u)\dagger} T^{(d)} \right)_{ij} d_{Lj}^M W_\mu^+ + h.c. \end{aligned} \quad (2.31)$$

となる。ただし、 τ^\pm, W_μ^\pm は複合同順で次のように定義した。

$$\tau^\pm \equiv \frac{\tau_1 \pm i\tau_2}{2} \quad (2.32)$$

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad (2.33)$$

(2.31) で確認できるように、 W^\pm ボソンによる相互作用部分の基底をゲージ固有状態から質量固有状態に移すと、

$$S^{(u)\dagger} T^{(d)} \equiv V_{KM} \quad (2.34)$$

のような行列が残る。この行列が単位行列に比例しない場合、世代をまたいだ混合が可能になるのが分かる。ユニタリ行列同士の積はユニタリ行列であり、クォークの世代数は 3 なので、この行列は 3 行 3 列のユニタリ行列である。そしてこの行列要素は、理論の内部からは決まらないパラメータである。デフォルトにおいて全部で 9 個あるパラメータは、物理的に意味を持たないクォーク場の位相に吸収されることで、4 個のパラメータとなる。クォークセクターの混合行列 V_{KM} は小林・益川行列と呼ばれる。

同じように、 W^\pm ボソンによる相互作用をレプトンセクターでみる。ゲージ固有状態の基底を質量固有状態の基底に移すとき、

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_1 &: \sum_i \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{l}_{Li} \gamma^\mu \tau^+ l_{Li} W_\mu^+ + h.c. \\
&= \sum_i \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{Li} \gamma^\mu e_{Li} W_\mu^+ + h.c. \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + h.c. \\
&\Rightarrow \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L^M S^{(\nu)\dagger} \gamma^\mu T^{(e)} e_L^M W_\mu^+ + h.c. \\
&= \sum_{i,j} \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{Li}^M \left(S^{(\nu)\dagger} T^{(e)} \right)_{ij} \gamma^\mu e_{Lj}^M W_\mu^+ + h.c. \tag{2.35}
\end{aligned}$$

となる。一見レプトンセクターにおいても世代間の混合を引き起こす行列 $S^{(\nu)\dagger} T^{(e)}$ が残るようにみえる。しかし、(2.27) で確認したように「標準模型」ではニュートリノの質量固有状態は質量固有値ゼロで縮退しているの、固有状態はどのように回転しても同じである。したがって、 $S^{(\nu)\dagger} T^{(e)}$ が単位行列となるように $S^{(\nu)}$ を決めることができ世代間の混合は起こらない。

第3章 ニュートリノ振動

前章でみた「標準模型」では3つのニュートリノは質量ゼロに縮退しているため、フレーバーの混合は起こらない。しかし、ニュートリノの質量固有値が異なる場合、量子力学的な干渉の効果からフレーバーの混合が起こる。フレーバー混合の結果、ある時刻に観測をしたニュートリノのフレーバーは、時間が経つと別のフレーバーとして観測される確率がゼロではなくなる。この確率は振動的に値を変えるため、ニュートリノのフレーバーが変化する現象は「ニュートリノ振動」と呼ばれる。実際、ニュートリノが有限の質量差をもつという事実がニュートリノ振動の理論と実験結果の合致から確立されている。この章では、ニュートリノ振動の一般論を解説する。具体的には、真空中でのニュートリノ振動を述べた後、物質中でのニュートリノ振動として標準的に用いられる MSW 理論 [2] について述べる。最後の節では、ニュートリノ振動がどのような実験で確認されたのかをまとめておく。

3.1 真空中でのニュートリノ振動

この節では、真空中を伝播するニュートリノの振動確率を求める。前章 (2.34) で述べたように、有限の質量をもつクォークは KM(小林・益川) 行列と呼ばれるユニタリ行列によって、質量固有状態とフレーバー固有状態が結びつけられる。ニュートリノに質量がある場合、レプトンセクターでも同様に、ニュートリノの質量固有状態は MNS(牧・中川・坂田) 行列 [3] による回転でフレーバー固有状態に移る。MNS 行列は、3つの世代間混合角と1つの CP 位相角の合計4つのパラメーターによって構成されている。MNS 行列のパラメーター表示は一意的には決まらないが、慣習的に次の表示を用いる。

$$\begin{aligned}
 U_{MNS} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & c_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

ただし、 $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ 、 $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ とした。 θ_{ij} が世代間混合角で、 δ が CP 位相角である。これによりニュートリノのフレーバー固有状態 ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$) と質量固有状態 ν_i ($i = 1, 2, 3$) が結ばれる。

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U_{MNS} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

ところで、ニュートリノの質量固有状態 ν_i が従う運動方程式は E_i をエネルギー固有値として、

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu_i\rangle = E_i|\nu_i\rangle \quad (3.3)$$

である。よってフレーバー ν_α の状態を初期状態とすると、その時間発展は (3.2) の関係と時間発展演算子を用いて、

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t)\rangle &= e^{-itH} \sum_j U_{\alpha j} |\nu_j(0)\rangle \\ &= \sum_j e^{-iE_j t} U_{\alpha j} \sum_\beta U_{j\beta}^{-1} |\nu_\beta(0)\rangle \\ &= \sum_j \sum_\beta e^{-iE_j t} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* |\nu_\beta\rangle \end{aligned} \quad (3.4)$$

となる。従って、 ν_α の状態を観測してから時刻 t 後において状態が ν_β として観測される確率は、

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 \\ &= \left| \sum_j e^{-iE_j t} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \right|^2 \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j<k} \text{Re}(U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}) \sin^2 \left(\frac{\Delta E_{jk} t}{2} \right) + 2 \sum_{j<k} \text{Im}(U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}) \sin(\Delta E_{jk} t) \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j<k} \text{Re}(X_j^{\alpha\beta} X_k^{\alpha\beta*}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{j<k} \text{Im}(X_j^{\alpha\beta} X_k^{\alpha\beta*}) \sin \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

と求まる。この式から、ニュートリノが異なる質量固有値を持つ場合、はじめの観測状態に対して別のフレーバーで観測される確率が時間とともに振動的な変化をすることがわかる。ただし $j < k$ とは、 $(j, k) = (1, 2), (2, 3), (1, 3)$ の組み合わせのことであり、 $X_j^{\alpha\beta} \equiv U_{\alpha j} U_{\beta j}^*$ である。また、 ΔE_{jk} は j 状態と k 状態のエネルギー固有値の差 $\Delta E_{jk} \equiv E_j - E_k$ と定義した。さらに上の計算ではエネルギーと運動量の関係式から、超相対論的ニュートリノに対してこのエネルギー固有値の差が

$$\begin{aligned} \Delta E_{jk} &= E_j - E_k \\ &= (p^2 + m_j^2)^{\frac{1}{2}} - (p^2 + m_k^2)^{\frac{1}{2}} \\ &\simeq \left(p + \frac{m_j^2}{2p} \right) - \left(p + \frac{m_k^2}{2p} \right) \\ &\equiv \frac{\Delta m_{jk}^2}{2p} \\ &\simeq \frac{\Delta m_{jk}^2}{2E} \end{aligned} \quad (3.6)$$

となることを用いている。本論文では自然単位系を用いることを約束すると、 $t = L$ である。

3.2 物質中でのニュートリノ振動

次に、物質中を運動するニュートリノの振動確率を求める。そのためにまず考えなければならないのは、ニュートリノと物質中の粒子との相互作用である。通常、物質中にはミューオンやタウオンは存在しない。つまり物質中の荷電レプトンは電子のみである。そして相互作用は「標準模型」で許されるものだけを考えてみると、図 3.1 の相互作用が存在する。中性カレント相互作用、すなわち Z^0 ゲージボソンの交換による相互作用は ν_e, ν_μ, ν_τ がどれも同じように相互作用するので、ニュートリノ振動には寄与しない。なぜならば、この効果はハミルトニアン中のポテンシャルに単位行列に比例した形で現れるので、振動確率には効いてこないからである。残るのは、電子ニュートリノと電子の荷電カレント (W ボソンの媒介による) 相互作用で、この相互作用の有効ハミルトニアンは G_F をフェルミ結合定数として、

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e \bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e \quad (3.7)$$

である。いま、ニュートリノに比べ物質はほぼ静止していると考え、電子に関する部分の期待値の関係

$$\langle \bar{e} \gamma_\mu e \rangle = n_e \delta_{\mu 0} \quad (3.8)$$

から、結局 (3.7) は次の項が残る。

$$\begin{aligned} H_{eff} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^0 (1 - \gamma_5) \nu_e n_e \\ &= \sqrt{2} G_F n_e \bar{\nu}_{eL} \gamma^0 \nu_{eL} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$n_e \equiv \langle \bar{e} \gamma_0 e \rangle$ は、物質中の電子数密度である。

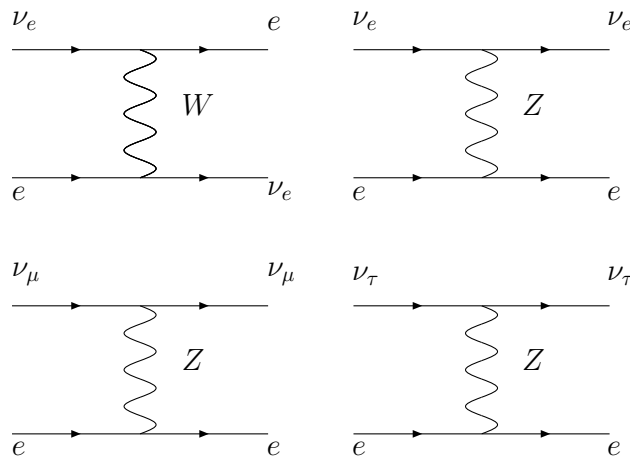


図 3.1: 電子とニュートリノの相互作用

以上のことから、物質中でのニュートリノの振る舞いは真空中でのフレーバー固有状態のハミルトニアンに、次のようにポテンシャルを加えることで記述できる。

$$U \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^{-1} \Rightarrow U \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^{-1} + \sqrt{2} G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

すなわち、フレーバーに関する運動方程式は $A \equiv \sqrt{2} \tilde{G}_F n_e$ として

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \left[U \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^{-1} + A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$\equiv \tilde{U} \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \tilde{m}_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{m}_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{m}_3^2 \end{pmatrix} \tilde{U}^{-1} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

となる。最後の表式で定義したチルダのついた \tilde{m}_j と \tilde{U} は、物質中における有効質量と有効混合行列である。このように真空中の場合と同様の形となるようにチルダつきの記号を定義することで、物質密度が一定の場合には、物質中でのニュートリノ振動確率を形式的に真空中のときと同じ形で表すことができる。つまり、 $\tilde{X}_j^{\alpha\beta} \equiv \tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^*$ の定義のもとで

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j < k} \text{Re}(\tilde{X}_j^{\alpha\beta} \tilde{X}_k^{\alpha\beta*}) \sin^2 \left(\frac{\Delta \tilde{m}_{jk}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{j < k} \text{Im}(\tilde{X}_j^{\alpha\beta} \tilde{X}_k^{\alpha\beta*}) \sin \left(\frac{\Delta \tilde{m}_{jk}^2 L}{2E} \right) \quad (3.12)$$

のように、物質中の振動確率を (3.5) と同じ形で表現できる。

(3.11) の定義から分かるように、有効パラメータは独立なパラメータではなく、すべて真空中のパラメータで表すことができる。以下、有効パラメータと真空中のパラメータを関係づけてこの節を閉じる。はじめに有効質量は (3.10) のハミルトニアンの固有値なので、固有値を λ として次の固有方程式から得られる。

$$\left| U \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^{-1} + \frac{a}{2E} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = 0 \quad (3.13)$$

ただし、 $a \equiv 2EA$ であり、真空中のエネルギー固有値が E_1 を基準とするように固有状態のエネ

ルギーの原点を再定義している。この λ に関する三次方程式を解くことで、3 個の有効質量は

$$\begin{aligned}\tilde{m}_1^2 &= \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 3y}[z + \sqrt{3(1 - z^2)}] \\ \tilde{m}_2^2 &= \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 3y}[z - \sqrt{3(1 - z^2)}] \\ \tilde{m}_3^2 &= \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}z\sqrt{x^2 - 3y}[z + \sqrt{3(1 - z^2)}]\end{aligned}\tag{3.14}$$

と与えられる。ここでは以下の量を定義している。

$$\begin{aligned}x &\equiv \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{31}^2 + a \\ y &\equiv \Delta m_{21}^2 \Delta m_{31}^2 + a[\Delta m_{21}^2(1 - s_{12}^2 c_{13}^2) + \Delta m_{31}^2(1 - s_{13}^2)] \\ z &\equiv \cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{2x^3 - 9xy + 27a\Delta m_{21}^2 \Delta m_{31}^2 c_{12}^2 c_{13}^2}{2(x^2 - 3y)^{3/2}}\right)\right]\end{aligned}\tag{3.15}$$

次に、有効混合行列を真空中のパラメータで表す。振動確率の定式化 (3.5) において、 $X_j^{\alpha\beta}$ を定義したことから理解されるように、振動確率には $U_{\alpha j} U_{\beta j}^*$ の形で MNS 行列要素が効いてくる。木村・高村・横枕はこの点に着目し、一定密度の物質中での振動確率を簡単な表式で表すことに成功した [4]。この中で用いられる $\tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^*$ を真空中のパラメータで表した関係は、KTY 公式と呼ばれる。ここでは、KTY 公式をより一般的で体系的な方法 [5] を用いて定式化する。まず、(3.11) の定義からハミルトニアンを n 乗し、その (α, β) 成分を用意する。

$$\begin{aligned}[(U\mathbf{E}U^{-1} + \mathbf{A})^n]^{\alpha\beta} &= [(\tilde{U}\tilde{\mathbf{E}}\tilde{U}^{-1})^n]^{\alpha\beta} \\ &= [\tilde{U}\tilde{\mathbf{E}}^n\tilde{U}^{-1}]^{\alpha\beta}\end{aligned}\tag{3.16}$$

$$\mathbf{E} \equiv \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}\tag{3.17}$$

$$\mathbf{A} \equiv A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\tag{3.18}$$

(3.16) を用い、 $n = 0, 1, 2$ の場合を考える。行列 \tilde{U} のユニタリ性を使うと、

$$\begin{aligned}[(U\mathbf{E}U^{-1} + \mathbf{A})^0]^{\alpha\beta} &= [\tilde{U}\tilde{U}^{-1}]^{\alpha\beta} \\ &= \sum_j \tilde{X}_j^{\alpha\beta}\end{aligned}\tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
[(UEU^{-1} + \mathbf{A})^1]^{\alpha\beta} &= [\tilde{U}\tilde{\mathbf{E}}\tilde{U}^{-1}]^{\alpha\beta} \\
&= \sum_j \tilde{E}_j \tilde{X}_j^{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
[(UEU^{-1} + \mathbf{A})^2]^{\alpha\beta} &= [\tilde{U}\tilde{\mathbf{E}}^2\tilde{U}^{-1}]^{\alpha\beta} \\
&= \sum_j \tilde{E}_j^2 \tilde{X}_j^{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

となる。これらから $\tilde{X}_j^{\alpha\beta}$ の関係が得られる。

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \tilde{E}_1 & \tilde{E}_2 & \tilde{E}_3 \\ \tilde{E}_1^2 & \tilde{E}_2^2 & \tilde{E}_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{X}_1^{\alpha\beta} \\ \tilde{X}_2^{\alpha\beta} \\ \tilde{X}_3^{\alpha\beta} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} Y_1^{\alpha\beta} \\ Y_2^{\alpha\beta} \\ Y_3^{\alpha\beta} \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \tilde{X}_1^{\alpha\beta} \\ \tilde{X}_2^{\alpha\beta} \\ \tilde{X}_3^{\alpha\beta} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \tilde{E}_1 & \tilde{E}_2 & \tilde{E}_3 \\ \tilde{E}_1^2 & \tilde{E}_2^2 & \tilde{E}_3^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Y_1^{\alpha\beta} \\ Y_2^{\alpha\beta} \\ Y_3^{\alpha\beta} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.22}$$

$$Y_1^{\alpha\beta} \equiv \delta^{\alpha\beta}$$

$$Y_2^{\alpha\beta} \equiv [(UEU^{-1} + \mathbf{A})]^{\alpha\beta} \tag{3.23}$$

$$Y_3^{\alpha\beta} \equiv [(UEU^{-1} + \mathbf{A})^2]^{\alpha\beta}$$

(3.22) 右辺の有効エネルギー固有値は、(3.14) の有効質量を用いて真空中のパラメータで表せている。よって、有効混合行列 $\tilde{X}_j^{\alpha\beta}$ が真空中のパラメータで表現できたことになる。定式化の過程から分かるように、(3.22) の関係は物質効果がいかなる行列の場合でも同様に導かれる。この一般性は、次章で威力を発揮することになる。

3.3 ニュートリノ振動実験

この節では、上節で定式化したニュートリノ振動がどのような実験で確認されたのかをまとめておく。ニュートリノ振動の現象を観測するための実験は、そのまま「ニュートリノ振動実験」と呼ばれる。ニュートリノ振動を決定するために必要なパラメータは、3個のニュートリノ質量と4個の混合行列パラメータである。しかし、質量に関してニュートリノ振動の観測で分かるのは質量の絶対値ではなく質量2乗差である。このとき、

$$\begin{aligned}
\Delta m_{31}^2 &\equiv m_3^2 - m_1^2 \\
&= (m_3^2 - m_2^2) + (m_2^2 - m_1^2) \\
&= \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2
\end{aligned} \tag{3.24}$$

の関係によって、質量に関して与えられる独立な情報は2個となる。現在までの振動実験で測定されたパラメータは以下のように得られている。

$$\begin{aligned} \Delta m_{21}^2 &\simeq 7.9 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \\ |\Delta m_{31}^2| &\simeq 2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2 \\ \sin^2 2\theta_{12} &\simeq 0.86 \\ \sin^2 2\theta_{23} &\simeq 1 \\ \sin^2 2\theta_{13} &< 0.15 \\ \delta &: \text{unknown} \end{aligned}$$

θ_{13} は上限値のみ与えられ、 δ に関しては何も分かっていない。これらのパラメータを定めた各事実について、以下順を追って概略を示す。

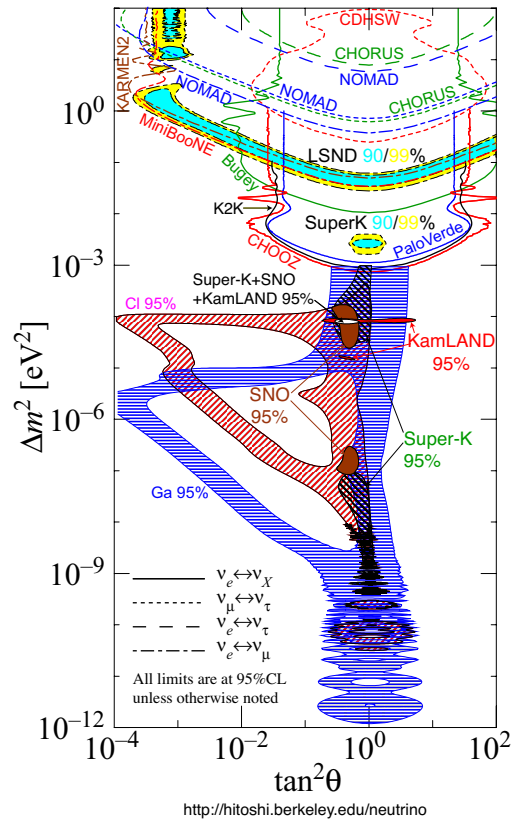
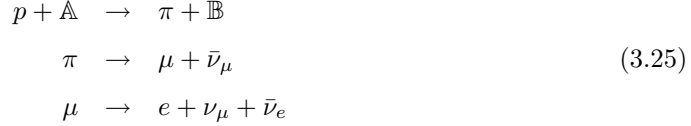


図 3.2: これまでのニュートリノ振動実験データのまとめ

3.3.1 大気ニュートリノ実験

大気ニュートリノとは、宇宙線が大気と衝突したとき生成される電子ニュートリノとミューニュートリノのことである。宇宙線に含まれる陽子が大気中の原子と衝突し、生成された π 中間子や K 中間子は崩壊しミューオンとミューニュートリノになる。さらにミューオンはミューニュートリノと電子と電子ニュートリノに崩壊する。



このようにして生成された大気ニュートリノを観測するのが、大気ニュートリノ実験である。上記の過程から生成されるミューオンが地上の観測地点までにすべて崩壊すると考えると、 $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$ の数と $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$ の数の比は 2:1 になると予想される。しかしながら実際の観測結果は、理論的予想よりも $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$ の成分が少なくなる。このことは、Super-Kamiokande の前行実験である Kamiokande の観測により 1988 年頃から知られており大気ニュートリノ問題と呼ばれていた。そして 1998 年、Super-Kamiokande によって得られた分布により ν_μ の欠如の原因がニュートリノ振動であることが証明された [6]。

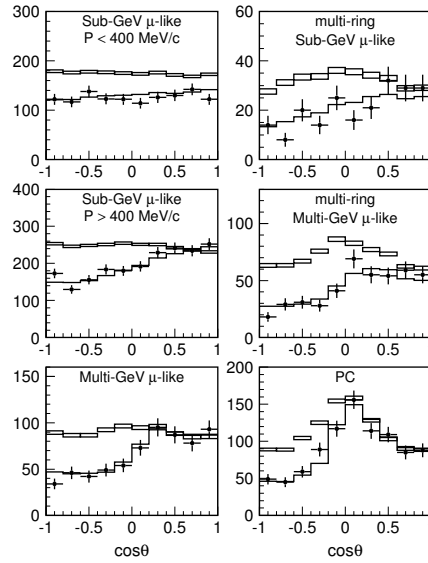


図 3.3: ミューニュートリノの天頂角分布

図 3.3 から分かるように、天頂角が 0 から π に変化するにつれてより長い距離を伝播することになる ν_μ は、ニュートリノ振動の理論値に従って減少している。この振動現象はその後、つくばの加速器で生成された人工の ν_μ を Super-Kamiokande で観測する K2K と呼ばれる実験によって確固たるものになった。次の小節で紹介する実験結果を用いて、 $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ であり $\theta_{13} \ll 1$ であるとする。 $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ の振動チャンネルでは物質効果の寄与が小さいので (3.5) を用

いと、 ν_μ の生存確率は

$$\begin{aligned}
P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) &= \delta_{\mu\mu} - 4 \sum_{j < k} \text{Re}(X_j^{\mu\mu} X_k^{\mu\mu*}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{j < k} \text{Im}(X_j^{\mu\mu} X_k^{\mu\mu*}) \sin \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E} \right) \\
&= 1 - 4 \sum_{j < k} \text{Re}(X_j^{\mu\mu} X_k^{\mu\mu*}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{4E} \right) \\
&= 1 - 4|U_{\mu 3}|^2 (1 - |U_{\mu 3}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) - 4|U_{\mu 1}|^2 |U_{\mu 2}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \\
&\doteq 1 - 4|U_{\mu 3}|^2 (1 - |U_{\mu 3}|^2) \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{E} \right) \\
&= 1 - 4c_{13}^2 s_{23}^2 (1 - c_{13}^2 s_{23}^2) \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{E} \right) \\
&= 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{E} \right) \tag{3.26}
\end{aligned}$$

のように表せる。ただし、第三式から第四式では第三項を無視し、自然単位系から Δm^2 を eV^2 、 E を GeV 、 L を km の単位系になおした。実験結果から得られたパラメータの値を示す。

$$\begin{aligned}
|\Delta m_{32}^2| &\simeq 2.5 \times 10^{-3} eV^2 \\
\sin^2 2\theta_{23} &\simeq 1
\end{aligned}$$

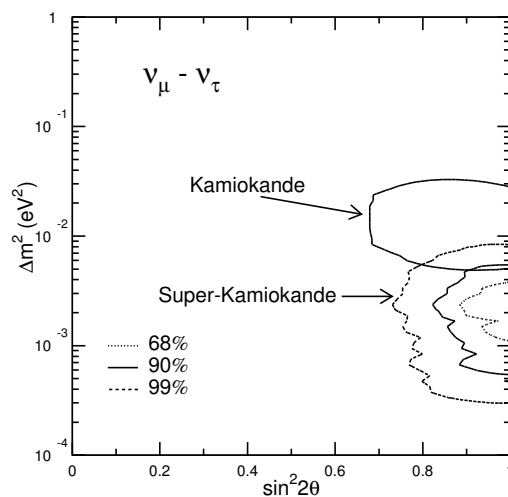


図 3.4: 大気ニュートリノ観測によるパラメータの許容領域 [7]

3.3.2 太陽ニュートリノ実験

太陽ニュートリノとは、太陽の内部で起こっている原子核反応により生成される電子ニュートリノのことである。内部で起こる一連の核融合反応はバーコールの標準太陽模型で与えられる。それによると、pp連鎖と呼ばれる原子核反応により大量の電子ニュートリノが生成される。この太陽ニュートリノは1968年から始まったデイビスの実験により、予想値の三分の一程度しか観測されないという結果を得た[8]。太陽ニュートリノの欠如は太陽ニュートリノ問題と呼ばれ、長年天文学の謎となっていた。そして2001年、それまでのデイビスの実験、Super-Kamiokande、イタリアのGALLEX、ロシアのSAGE、カナダのSNO実験の総合結果から欠如の原因がニュートリノ振動に依ると確認され、30年来の問題が解決された。太陽ニュートリノの振動確率は、核反応で生成されてから太陽内部を通過するまでの物質中の振動、太陽表面から地球表面までの真空中の振動、地表から検出器までの物質中の振動を考慮に入れて求められる。ここでは欠如原因のひとつである真空中の振動確率をみると、 $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ 、 $\theta_{13} \ll 1$ の場合次のようになる。

$$\begin{aligned}
 P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= 1 - 4|U_{e3}|^2(1 - |U_{e3}|^2) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E}\right) - 4|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right) \\
 &\simeq 1 - 2s_{12}^2 c_{13}^2 - c_{13}^4 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2\left(1.27 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right) \\
 &\simeq 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2\left(1.27 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right) \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

ただし、 $\sin^2(\Delta m_{32}^2 L/4E) = 1/2$ のように速い振動を平均化した。上述のSuper-Kamiokandeに加え、その後行われたKamLAND実験[9](次にみる原子炉ニュートリノ実験のひとつ: $L = 180\text{km}$)の結果も含めて得られたパラメータの値を示す。

$$\begin{aligned}
 \Delta m_{21}^2 &\simeq 7.9 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \\
 \sin^2 2\theta_{12} &\simeq 0.86
 \end{aligned}$$

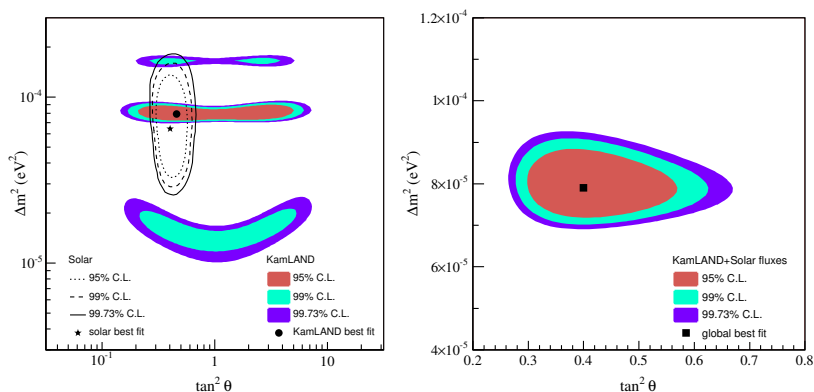


図 3.5: 太陽ニュートリノ実験と KamLAND 実験によるパラメータの許容領域

3.3.3 原子炉ニュートリノ実験

原子炉ニュートリノとは、原子力発電所の原子炉で起こるウランの核分裂反応から生成される反電子ニュートリノのことである。フランスの Chooz 実験 ($L = 1\text{km}$) において $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2$ の時、その生存確率は

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &\equiv 1 - 4|U_{e3}|^2 (1 - |U_{e3}|^2) \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \\ &= 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

である。観測の結果、振動現象はみられずパラメータには上限値が与えられた。

$$\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$$

将来のニュートリノ振動実験において、このパラメータの測定が目下の目標である。具体的には、原子炉ニュートリノの消滅実験である Double Chooz、Daya-Bay、RENO 等がある。

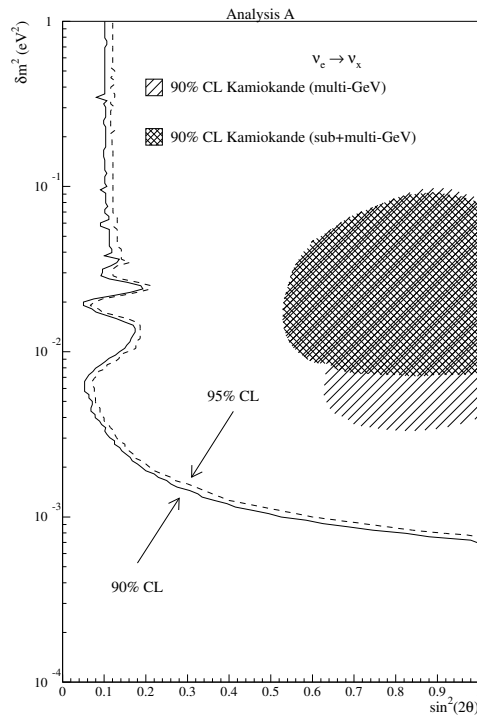


図 3.6: Chooz 実験による排除領域 [10]

第4章 非標準的相互作用を含む ニュートリノ振動

前章で、太陽ニュートリノや大気ニュートリノの観測からニュートリノ振動が確認され、人工的に生成されたニュートリノにより振動が追認されたことをみた。よって、ニュートリノに質量があることは自然がもつ事実である。しかし第2章でみた「標準模型」はニュートリノの質量がゼロの理論なので、この理論そのままでは素粒子現象を統一的に記述することができなくなっている。つまり、素粒子物理学は「標準模型」を超えた新たな理論を必要としている。現在、その突破口を担っている物理のひとつがニュートリノ振動なのである。したがって、今後のニュートリノ振動実験における目標は、上限しか分からない混合角 θ_{13} と未測定 of CP 位相 δ の測定に加え、振動現象の精密な測定にある。精密測定で、物質とニュートリノとの相互作用について MSW 効果の確信を得るか、それとも「標準模型」的相互作用以外の効果が必要な事実を得るかは、今後の理論的発展の重要な分かれ道となるからである。この章では、ニュートリノ振動における物質効果に非標準的相互作用の効果 ϵ を加えた場合の現象論を議論する。一般的に、 ϵ の効果がどのように振動確率に効いているのかを知ることは難しい。本論文ではニュートリノ振動の基線を短くとることにより、 ϵ の効果が簡潔に見いだされることをみる。具体的な状況設定としては、ニュートリノファクトリーで得られるエネルギー ($E_\nu : \mathcal{O}(10) \text{ GeV}$) に対して、 100 km 程の基線を考える。この章で、その理由と利点も含めて説明していく。4.1 節ではニュートリノファクトリー実験について概説する。4.2 節では短い基線におけるニュートリノ振動確率を導出し、それを用いて ϵ と未定パラメータに与えられる制限を 4.3 節で議論する。

4.1 ニュートリノファクトリー

はじめに、本研究で想定しているニュートリノファクトリー実験について概説する。これまでも述べたように、ニュートリノ振動を決めるパラメータを精密に測定するため、様々な振動実験が構想・立案されている。それらが目標としているのは 3.3 節でみた、すでに大体の値が求まっているパラメータのさらに正確な測定に加え、次の三点である。

- 混合角 θ_{13} の決定
- Δm_{32}^2 の符号の決定
- CP 位相角 δ の探索

以上を目標に据えた次世代実験のひとつに、ニュートリノファクトリー実験がある。

ニュートリノファクトリーとは、ミューオン蓄積リングを用いた大強度高エネルギーのニュートリノ源のことである。加速した高エネルギーのミューオンを大量に蓄積リングに注入すると、ミューオンは

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e\end{aligned}$$

のように崩壊するので、大強度高エネルギーのニュートリノビームを作ることができる。得られるニュートリノビームは $\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$ の4種である。ミューオンの崩壊を利用するニュートリノファクトリーのセールスポイントは、主に次の三点である。

1. 大強度・高エネルギーのニュートリノが生成できる。特に、 $\nu_e, \bar{\nu}_e$ の高エネルギービームを生成できる点でニュートリノファクトリーは秀逸である。
2. $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ を観測する従来のニュートリノビームの実験に比べ、 $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ の観測ではバックグラウンドが少ない。
3. ビームの強度とエネルギースペクトルを正確に知ることができる。

このような理由から、先に挙げたパラメータ決定の次世代実験としてニュートリノファクトリー実験が期待されている。低バックグラウンドと正確なビーム情報に加え、高エネルギーが精密測定に有利であるのは統計的な理由による。すなわち、ミューオンが加速された実験室系でニュートリノのフラックスは、

$$\frac{d^2 N_{\nu_e, \bar{\nu}_e}}{dy d\Omega} = \frac{24n_\mu}{\pi L^2 m_\mu^6} E_\mu^4 y^2 (1 - \beta \cos \varphi) [m_\mu^2 - 2E_\mu^2 y (1 - \beta \cos \varphi)] \quad (4.1)$$

$$\frac{d^2 N_{\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu}}{dy d\Omega} = \frac{4n_\mu}{\pi L^2 m_\mu^6} E_\mu^4 y^2 (1 - \beta \cos \varphi) [3m_\mu^2 - 4E_\mu^2 y (1 - \beta \cos \varphi)] \quad (4.2)$$

$$y \equiv \frac{E_\nu}{E_\mu} \quad \beta \equiv \sqrt{1 - \frac{m_\mu^2}{E_\mu^2}}$$

であるので、エネルギーが大きくなるにつれてすべてのニュートリノフラックスが増すことが分かる。これにより、高エネルギーの方が事象数を多く稼ぐことができる。ただし、 β, E_μ はミューオンエネルギーのパラメータであり、 n_μ は崩壊するミューオンの数、 L は検出器までの距離、 φ は検出器を指す方向とニュートリノビームとのなす角である。また、ここでは簡単のため崩壊するミューオンの偏極を無視している。本論文では、ニュートリノファクトリーで生成された高エネルギーニュートリノを 100km 程度飛ばした時の、新しい物理による効果を調べる。

4.2 短い基線の振動確率 1: 定式化

この節では、短い基線長におけるニュートリノ振動を議論するための振動確率を求めておく。具体的なパラメータの値を考慮せず、一般的な振動確率の解析式を導出することに専念する。その後、節の最後でニュートリノファクトリーを用いて短い基線の実験を行うことの意義に触れる。解析式導出の基礎となるのが、前章で定式化した物質中の標準的な振動確率である。ここで考える運動方程式は、ハミルトニアンに含まれる物質との相互作用からくるポテンシャルにおいて、標準的な物質効果に未知の効果を一般的に加えたものである。

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \left[U \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^{-1} + A \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{e\mu}^* & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu e} \\ \epsilon_{e\tau}^* & \epsilon_{\mu e}^* & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\equiv \tilde{U} \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \tilde{m}_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{m}_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{m}_3^2 \end{pmatrix} \tilde{U}^{-1} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

標準的な物質効果のニュートリノ振動を議論したときと同様に、チルダのついた有効質量と有効混合行列を定義している。当然、チルダのついた値の中身は前章で定義したものと、加えた ϵ の効果分異なってくる。以後用いるチルダのついた値は、ここで定義したものを指す。ところで、今回振動確率を求めるために用いる運動方程式と従来の運動方程式との違いは、(3.10) と (4.3) から

$$\mathbf{A} = A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{A} = A \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{e\mu}^* & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu e} \\ \epsilon_{e\tau}^* & \epsilon_{\mu e}^* & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

の部分であるが、KTY 公式の定式化で確認したように具体的な行列要素をあらわにしない限り、物質中のフレーバー振動確率を真空中と同じ形式で表すことができる。

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j < k} \text{Re}(\tilde{X}_j^{\alpha\beta} \tilde{X}_k^{\alpha\beta*}) \sin^2 \left(\frac{\Delta \tilde{m}_{jk}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{j < k} \text{Im}(\tilde{X}_j^{\alpha\beta} \tilde{X}_k^{\alpha\beta*}) \sin \left(\frac{\Delta \tilde{m}_{jk}^2 L}{2E} \right) \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j < k} \text{Re}(\tilde{X}_j^{\alpha\beta} \tilde{X}_k^{\alpha\beta*}) \sin^2 \left(\frac{\Delta \tilde{E}_{jk} L}{2} \right) + 2 \sum_{j < k} \text{Im}(\tilde{X}_j^{\alpha\beta} \tilde{X}_k^{\alpha\beta*}) \sin \left(\Delta \tilde{E}_{jk} L \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

これまで考えられてきた物質効果とは異なる物質効果、すなわち「標準模型」では説明できない相互作用に起因する効果を探するには、この振動確率の中で ϵ がどのように効いてくるのかを知らなければならない。しかし、この振動確率から直接各 ϵ について語ることは難しい。なぜなら標準的な効果が支配的な上に、(3.13) 同様有効質量の中身を求めることから容易に想像されるように、 ϵ の各要素が複雑に絡み合うためである。よって上の振動確率から直接、各 ϵ 要素について解くことはおろか、要素間の関係として解くこともままならないのが現状である。そこで、 $|\Delta \tilde{E}_{jk} L| \ll 1$ となるような短い基線のニュートリノ振動を考える。 $\Delta \tilde{E}_{jk} L$ の構成要素か

ら分かるように、この条件は $|\Delta E_{jk}L| \ll 1$ 、 $|AL| \ll 1$ のとき実現される。短い基線を考えるモチベーションは主に2つある。

1. $|\Delta \tilde{E}_{jk}L| \ll 1$ の条件から振動確率のサイン関数が展開できるとき時、フレーバー固有状態のハミルトニアンに加えられる物質効果ポテンシャルが対角的であれば、その効果は L の三次まで振動確率に効いてこない [11]。これにより、振動確率に L の三次までは標準的物質効果が現れてこないため、非標準的物質効果 ϵ が探し易くなると期待できる。
2. 振動確率中のサイン関数が展開できると、(3.23) で定義した記号を用いて振動確率をきれいにまとめられ、解析的な見通しがよくなる。

実際に振動確率 (4.6) 中のサイン関数を展開し、 L の五次までまとめたのが (4.7) 式である。

$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &\equiv \delta_{\alpha\beta} - L [2\text{Im}(Y_1^{\alpha\beta} Y_2^{\alpha\beta*})] \\
&\quad - L^2 [\text{Re}(Y_1^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) - |Y_2^{\alpha\beta}|^2] \\
&\quad - \frac{L^3}{3} [\text{Im}(Y_2^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) \times 3 \\
&\quad \quad - \text{Im}(Y_1^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) \times (\text{Tr}M) \\
&\quad \quad + \text{Im}(Y_1^{\alpha\beta} Y_2^{\alpha\beta*}) \times \frac{1}{2}((\text{Tr}M)^2 - \text{Tr}M^2)] \\
&\quad + \frac{L^4}{12} [-\text{Re}(Y_2^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) \times 4\text{Tr}M \\
&\quad \quad + \text{Re}(Y_1^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) \times \frac{1}{2}((\text{Tr}M)^2 + \text{Tr}M^2) \\
&\quad \quad - \text{Re}(Y_1^{\alpha\beta} Y_2^{\alpha\beta*}) \times ((\text{Tr}M)^3 + \text{Tr}M^3 - 2\text{Tr}M\text{Tr}M^2) \\
&\quad \quad + |Y_1^{\alpha\beta}|^2 \times \frac{1}{3}(\frac{1}{2}(\text{Tr}M)^4 - \frac{3}{2}(\text{Tr}M)^2\text{Tr}M^2 + \text{Tr}M\text{Tr}M^3) \\
&\quad \quad + |Y_2^{\alpha\beta}|^2 \times 2((\text{Tr}M)^2 - \text{Tr}M^2) \\
&\quad \quad + |Y_3^{\alpha\beta}|^2 \times 3] \\
&\quad + \frac{L^5}{60} [\text{Im}(Y_2^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) \times \frac{5}{2}(-(\text{Tr}M)^2 + 3\text{Tr}M^2) \\
&\quad \quad - \text{Im}(Y_1^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) \times (\frac{3}{2}(\text{Tr}M)^3 + 3\text{Tr}M^3 - \frac{11}{2}\text{Tr}M\text{Tr}M^2) \\
&\quad \quad + \text{Im}(Y_1^{\alpha\beta} Y_2^{\alpha\beta*}) \times \frac{1}{2}(-(\text{Tr}M)^4 - 3\text{Tr}M^4 + (\text{Tr}M^2)^2 + 3(\text{Tr}M)^2\text{Tr}M^2)]
\end{aligned} \tag{4.7}$$

ただし、 $M \equiv U E U^{-1} + A$ である。この展開式において A が対角的なとき、その効果は L の三次まで入ってこないというのが上記 1. の主張である。ちなみに、いま考えるべき A は (4.5) のエルミート行列なので L の一次はどの振動確率にも効いてこない。すなわち、 $\alpha \neq \beta$ のときは $Y_1^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta} = 0$ から、 $\alpha = \beta$ のときは $Y_2^{\alpha\alpha}$ が実数であることから $\text{Im}(Y_1^{\alpha\beta} Y_2^{\alpha\beta*})$ はゼロと

なる。本論文では、簡単のため L の二次までを考えることにすると、

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) \doteq \delta_{\alpha\beta} - L^2[\text{Re}(Y_1^{\alpha\beta} Y_3^{\alpha\beta*}) - |Y_2^{\alpha\beta}|^2] \quad (4.8)$$

である。これを用いて、まず $\alpha \neq \beta$ の場合を計算すると、

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &\doteq L^2|Y_2^{\alpha\beta}|^2 = L^2|Y_2^{\alpha\beta*}|^2 = L^2|Y_2^{\beta\alpha}|^2 = P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha) \quad (4.9) \\ &= L^2 \left| \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\beta} + A^{\alpha\beta} \right|^2 \\ &= (LA)^2 \left| \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{\alpha\beta} + \epsilon^{\alpha\beta} \right|^2 \quad (4.10) \end{aligned}$$

となる。(4.9) から L の二次までは、T-violation が存在しないことが分かる。次に $\alpha = \beta$ の場合を計算すると、

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) &\doteq 1 - L^2[\text{Re}Y_3^{\alpha\alpha*} - |Y_2^{\alpha\alpha}|^2] \\ &= 1 - L^2 \left[\sum_j \Delta E_{j1}^2 \text{Re}X_j^{\alpha\alpha*} + \sum_\gamma \sum_j \Delta E_{j1} \text{Re}(X_j^{\alpha\gamma} A^{\gamma\alpha} + A^{\alpha\gamma} X_j^{\gamma\alpha})^* + \text{Re}(A^2)^{\alpha\alpha*} - |Y_2^{\alpha\alpha}|^2 \right] \\ &= 1 - L^2 \left[\sum_j \Delta E_{j1}^2 X_j^{\alpha\alpha} + 2 \sum_\gamma \sum_j \Delta E_{j1} \text{Re}X_j^{\alpha\gamma} A^{\gamma\alpha} + \text{Re}(A^2)^{\alpha\alpha} \right. \\ &\quad \left. - \left| \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\alpha} \right|^2 - 2 \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\alpha} A^{\alpha\alpha} - |A^{\alpha\alpha}|^2 \right] \\ &= 1 - L^2 \left[\sum_j \Delta E_{j1}^2 X_j^{\alpha\alpha} + 2 \sum_{\gamma \neq \alpha} \sum_j \Delta E_{j1} (\text{Re}X_j^{\alpha\gamma} \text{Re}A^{\gamma\alpha} - \text{Im}X_j^{\alpha\gamma} \text{Im}A^{\gamma\alpha}) + \sum_\gamma |A^{\gamma\alpha}|^2 \right. \\ &\quad \left. - \left| \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\alpha} \right|^2 - |A^{\alpha\alpha}|^2 \right] \\ &= 1 - L^2 \left[\sum_j \Delta E_{j1}^2 X_j^{\alpha\alpha} + \sum_{\gamma \neq \alpha} \left(2 \sum_j \Delta E_{j1} [\text{Re}X_j^{\alpha\gamma} \text{Re}A^{\gamma\alpha} - \text{Im}X_j^{\alpha\gamma} \text{Im}A^{\gamma\alpha}] + |A^{\gamma\alpha}|^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - \left| \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\alpha} \right|^2 \right] \\ &= 1 - L^2 \left[\sum_j \Delta E_{j1}^2 X_j^{\alpha\alpha} + \sum_{\gamma \neq \alpha} \left([\text{Re}A^{\gamma\alpha} + \sum_j \Delta E_{j1} \text{Re}X_j^{\alpha\gamma}]^2 + [\text{Im}A^{\gamma\alpha} - \sum_j \Delta E_{j1} \text{Im}X_j^{\alpha\gamma}]^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{\gamma \neq \alpha} \left(\left[\sum_j \Delta E_{j1} \text{Re}X_j^{\alpha\gamma} \right]^2 + \left[\sum_j \Delta E_{j1} \text{Im}X_j^{\alpha\gamma} \right]^2 \right) - \left| \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\alpha} \right|^2 \right] \\ &= 1 - L^2 \left[\sum_j \Delta E_{j1}^2 X_j^{\alpha\alpha} + \sum_{\gamma \neq \alpha} |A^{\gamma\alpha}|^2 + \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\gamma\alpha} - \sum_\gamma \left| \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\gamma} \right|^2 \right] \\ &= 1 - \sum_{\gamma \neq \alpha} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\gamma) \quad (4.11) \end{aligned}$$

となり、これは確率の正規化条件である。したがって $\alpha = \beta$ の場合からは新しい情報が得られない。ただし、最後の表式では先ほど計算した (4.10) と

$$\sum_j \Delta E_{j1}^2 X_j^{\alpha\alpha} - \sum_\gamma \left| \sum_j \Delta E_{j1} X_j^{\alpha\gamma} \right|^2 = 0 \quad (4.12)$$

の関係を用いた。結局 (4.8) から得られる独立な情報は、 $\nu_e \rightarrow \nu_\mu, \nu_e \rightarrow \nu_\tau, \nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ 振動チャンネルからの3つである。さらに、反ニュートリノの振動確率は $X \rightarrow X^*, \epsilon \rightarrow \epsilon^*, A \rightarrow -A$ と置き換えた議論から得られ、その3つを合わせて合計6つの情報となる。(4.10) より、

$$\frac{P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)}{(LA)^2} = |\epsilon^{e\mu} + \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{e\mu}|^2 \quad (4.13)$$

$$\frac{P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau)}{(LA)^2} = |\epsilon^{e\tau} + \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{e\tau}|^2 \quad (4.14)$$

$$\frac{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau)}{(LA)^2} = |\epsilon^{\mu\tau} + \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{\mu\tau}|^2 \quad (4.15)$$

$$\frac{P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)}{(LA)^2} = |\epsilon^{e\mu} - \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{e\mu}|^2 \quad (4.16)$$

$$\frac{P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau)}{(LA)^2} = |\epsilon^{e\tau} - \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{e\tau}|^2 \quad (4.17)$$

$$\frac{P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau)}{(LA)^2} = |\epsilon^{\mu\tau} - \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{\mu\tau}|^2 \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{e\mu} &= \frac{\Delta E_{31}}{A} \frac{\Delta E_{21}}{\Delta E_{31}} U_{e2} U_{\mu 2}^* + \frac{\Delta E_{31}}{A} U_{e3} U_{\mu 3}^* \\ &= \frac{\Delta E_{31}}{A} [\alpha s_{12} c_{12} c_{23} + (1 - \alpha s_{12}^2) s_{23} \theta_{13} e^{-i\delta}] \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{e\tau} = \frac{\Delta E_{31}}{A} [-\alpha s_{12} c_{12} s_{23} + (1 - \alpha s_{12}^2) c_{23} \theta_{13} e^{-i\delta}] \quad (4.20)$$

$$\sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{\mu\tau} = \frac{\Delta E_{31}}{A} [(1 - \alpha c_{12}^2) s_{23} c_{23} - \alpha s_{12} c_{12} \theta_{13} e^{-i\delta}] \quad (4.21)$$

これらの振動確率が本論文において主体的な役割を担うものである。ただし、 $\Delta E_{21}/\Delta E_{31} \equiv \alpha$ と定義した。また $\theta_{13} \ll 1$ から、 $\sin \theta_{13} \doteq \theta_{13}, \cos \theta_{13} \doteq 1$ とした。式を眺めると、一つの式に一つの ϵ が入っており、新しい物理に起因する未知の効果 ϵ を探索するにあたって非常に有利な条件であることが分かる。

振動確率の定式化を終え、次節でそれらの解析をする前に、ニュートリノファクトリーで短い基線の実験を行うことの意義と、本節で行った振動確率の近似がニュートリノファクトリーを用いた実験ではどの程度の基線長で有効なのかを説明し、本節を閉じることにする。3.3節で与えた測定値を用いると、上の解析式でパラメータとなっているのは θ_{13} と δ 、そして ϵ である。ただし、 θ_{13} には $\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$ の上限が与えられており、 δ に関してはまだ何の情報も得られていないことは前節の通りである。 ϵ については、それまでのニュートリノ振動実験からの制限がダビッドソンらによって与えられており、以下の通りである。

$$\epsilon \simeq \begin{pmatrix} -4 < \epsilon_{ee} < 2.6 & |\epsilon_{e\mu}| < 3.8 \times 10^{-4} & |\epsilon_{e\tau}| < 1.9 \\ & -0.05 < \epsilon_{\mu\mu} < 0.08 & |\epsilon_{\mu\tau}| < 0.25 \\ & & |\epsilon_{\tau\tau}| \lesssim 20 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

本論文の目的は、ニュートリノファクトリーを用いて短い基線の振動実験を行うと、非標準的相互作用について何が言えるのか、すなわち振動確率に ϵ がどのように効いてくるのかを調べることであった。その動機は ϵ を見つけるため、もしくはこの (4.22) の制限をより狭めるためである。今回求めた (4.13) からの6式で、 ϵ の効果を知ることができるように、まず ϵ と $X_j^{\alpha\beta}$ は同じ位の大きさであると仮定する。すると、右辺の絶対値の中身が ϵ も $X_j^{\alpha\beta}$ の項も比較できるくらいで振動確率に効いてくるためには、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E_{31}}{A} &= \frac{\Delta m_{31}^2}{2EA} = 1 \\ E &= \frac{\Delta m_{31}^2}{2A} = \frac{2.5}{2} \times 10^{10} eV \equiv E_A \end{aligned} \quad (4.23)$$

程度のエネルギーをもったニュートリノが必要である。 $E \ll E_A$ の場合は、 $X_j^{\alpha\beta}$ の項が振動確率に対して支配的になり ϵ の効果を見るのが難しくなる。このことが本研究で、同様に大強度実験と呼ばれる T2K 実験 ($E_\nu : \mathcal{O}(1) GeV$) ではなくニュートリノファクトリー実験 ($E_\nu : \mathcal{O}(10) GeV$) を想定している理由である。すなわち、 ΔE_{jk} が A に匹敵するエネルギーの物理はニュートリノファクトリーでなければ調べられない。ではエネルギー E_A の時、どれくらいの基線長であれば (4.6) で $|\Delta \tilde{E}_{jk} L| \ll 1$ としてサイン関数を展開できるのか概算してみる。 $\hbar c \doteq 200 MeV \cdot fm$ の関係を用いて、 A を距離の次元で表すと

$$\begin{aligned} A &\sim 10^{-13} eV \\ &\doteq \frac{10^{-13} eV}{200 \times 10^6 eV \times 10^{-15} m} \\ &\doteq \frac{1}{2000 km} \end{aligned} \quad (4.24)$$

となる。したがって、距離 L が $100 km$ 程度を考えることで $|AL| \sim 10^{-2} \ll 1$ が実現される。以上からニュートリノファクトリーで基線長 $100 km$ の振動実験を行えば、 ϵ と $X_j^{\alpha\beta}$ が同じ位の大きさの時、新しい物理の効果を見れる可能性があることが分かった。

4.3 短い基線の振動確率 2:解析

この節では前節で求めた振動確率を用いて、 ϵ と未定パラメータについて具体的に何が言えるのかを議論する。(4.13) から (4.18) の方程式をみると $\nu_e \rightarrow \nu_\mu, \nu_e \rightarrow \nu_\tau, \nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ の振動チャンネルおよび、 $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau, \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ にはそれぞれ順に $\epsilon_{e\mu}, \epsilon_{e\tau}, \epsilon_{\mu\tau}$ が含まれている。すなわち、各 ϵ は2つの方程式から制限が与えられる。それらの条件は一般的に、

$$\frac{P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)}{(LA)^2} = |\epsilon_{\alpha\beta} + \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{\alpha\beta}|^2 \quad (4.25)$$

$$\frac{P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)}{(LA)^2} = |\epsilon_{\alpha\beta} - \sum_j \frac{\Delta E_{j1}}{A} X_j^{\alpha\beta}|^2 \quad (4.26)$$

の2式である。 (α, β) は $(e, \mu), (e, \tau), (\mu, \tau)$ をとる。ここでニュートリノのエネルギーを前節の最後に定義した (4.23) から、 $E = 2E_A$ の場合とその半分エネルギー $E = E_A$ の場合を考える。(4.25)(4.26) からそれぞれのエネルギーでの条件を列挙すると、

$$\frac{P_{2E_A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)}{(LA)^2} \equiv P = |\epsilon_{\alpha\beta} + \epsilon_0|^2 \quad (4.27)$$

$$\frac{P_{2E_A}(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)}{(LA)^2} \equiv \bar{P} = |\epsilon_{\alpha\beta} - \epsilon_0|^2 \quad (4.28)$$

$$\frac{P_{E_A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)}{(LA)^2} \equiv P' = |\epsilon_{\alpha\beta} + 2\epsilon_0|^2 \quad (4.29)$$

$$\frac{P_{E_A}(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)}{(LA)^2} \equiv \bar{P}' = |\epsilon_{\alpha\beta} - 2\epsilon_0|^2 \quad (4.30)$$

の4式が得られる。ただし $\Delta E_{31} = \Delta m_{31}^2/2E$ を用い、 ϵ_0 を次のように定義した。

$$\epsilon_0 \equiv \alpha U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^* + U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^* \quad (4.31)$$

エネルギーが $2E_A$ でのニュートリノと反ニュートリノの振動確率から定義した P と \bar{P} 、およびエネルギー E_A での P' と \bar{P}' は $\theta_{13}, \delta, \epsilon_{\alpha\beta}$ の関数である。ただし、 θ_{13} には $\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$ 、 $\epsilon_{\alpha\beta}$ には (4.22) の制限がついている。実験でそれぞれの振動確率が与えられると、パラメータのとり得る値が上の4式により決められる。いまこれらのパラメータを、2つの複素数 $\epsilon_{\alpha\beta}, \epsilon_0$ に読み替える。この時4つの方程式から得られる情報は、

$$|\epsilon_{\alpha\beta}| = \sqrt{\frac{4(P + \bar{P}) - (P' + \bar{P}')}{6}} \quad (4.32)$$

$$|\epsilon_0| = \sqrt{\frac{(P' + \bar{P}') - (P + \bar{P})}{6}} \quad (4.33)$$

$$2\text{Re}\epsilon_{\alpha\beta}\bar{\epsilon}_0 = \frac{P - \bar{P}}{2} = \frac{P' - \bar{P}'}{4} \quad (4.34)$$

である。(4.32)からは $\epsilon_{\alpha\beta}$ の大きさが与えられる。この値は、他の未定パラメータを含まないので、ニュートリノファクトリーを用いた短い基線の実験で独自に決まる。 ϵ_0 の大きさを与える(4.33)には、(4.31)をみてわかるように元のパラメータは θ_{13} 、 δ が含まれている。よって外から θ_{13} が与えられると、 δ の値が求まることが分かる。(4.34)は次の変形から分かるように、 $\epsilon_{\alpha\beta}$ と ϵ_0 の偏角に関する情報を与える。

$$\begin{aligned} 2\text{Re}\epsilon_{\alpha\beta}\bar{\epsilon}_0 &= 2|\epsilon_{\alpha\beta}||\bar{\epsilon}_0|\cos(\arg\epsilon_{\alpha\beta}\bar{\epsilon}_0) = \frac{P-\bar{P}}{2} \\ \arg\epsilon_{\alpha\beta}\bar{\epsilon}_0 &= \arccos\left[\frac{P-\bar{P}}{4|\epsilon_{\alpha\beta}||\bar{\epsilon}_0|}\right] \\ \arg\epsilon_{\alpha\beta} - \arg\epsilon_0 &= \arccos\left[\frac{P-\bar{P}}{4|\epsilon_{\alpha\beta}||\bar{\epsilon}_0|}\right] \end{aligned} \quad (4.35)$$

ただし、 $\arg\bar{\epsilon}_0 = -\arg\epsilon_0$ を用いた。すなわちこれは $\epsilon_{\alpha\beta}$ と ϵ_0 の成す角の条件を表している。2点の成す角を $(-\pi, \pi]$ で計ることになると、コサインが偶関数であることからアークコサインの中身が1と-1の時だけ成す角が一意に決まる。1と-1以外の場合は2つの角が同時に許され、 ϵ_0 に対し $\epsilon_{\alpha\beta}$ は2重縮退して存在する。

最後に、(4.32)から(4.34)のように得られた非標準的相互作用の効果 $\epsilon_{\alpha\beta}$ と未定パラメータの制限が $(\alpha, \beta) = (e, \mu), (e, \tau), (\mu, \tau)$ のうち、どの振動チャンネルで確かめられるのが実際かを考察する。はじめに $(\alpha, \beta) = (e, \mu)$ の場合、(4.22)をみると $\epsilon_{e\mu}$ は $|\epsilon_{e\mu}| < 3.8 \times 10^{-4}$ の強い制限が与えられている。したがって θ_{13} が $\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$ の上限近くで値を持つ場合、

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \alpha U_{e2}U_{\mu 2}^* + U_{e3}U_{\mu 3}^* \\ &= \alpha s_{12}c_{12}c_{23} + (1 - \alpha s_{12}^2)s_{23}\theta_{13}e^{-i\delta} \end{aligned} \quad (4.36)$$

と $\epsilon_{e\mu}$ とは同等に振動確率((4.27)から(4.30))に寄与できず、 ϵ_0 が支配的となる。よって、 $\epsilon_{e\mu}$ は決められない。2点が同等に確率に効く θ_{13} の場合であっても、振動確率が小さすぎて現実的ではない。次に $(\alpha, \beta) = (e, \tau)$ の場合、(4.22)から $\epsilon_{e\tau}$ には $|\epsilon_{e\tau}| < 1.9$ の上限がある。ところで θ_{13} が上限近くで値を持つ場合、

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \alpha U_{e2}U_{\tau 2}^* + U_{e3}U_{\tau 3}^* \\ &= -\alpha s_{12}c_{12}s_{23} + (1 - \alpha s_{12}^2)c_{23}\theta_{13}e^{-i\delta} \end{aligned} \quad (4.37)$$

において θ_{13} の項が ϵ_0 の中で支配的である。このとき、 $\epsilon_{e\tau}$ が θ_{13} と同じくらいの大きさであれば、 $\epsilon_{e\tau}$ の項と ϵ_0 の項が確率に同等に寄与し、 $\epsilon_{e\tau}$ と未定パラメータの制限を得ることが可能である。 $(\alpha, \beta) = (\mu, \tau)$ の場合、 $\epsilon_{\mu\tau}$ には $|\epsilon_{\mu\tau}| < 0.25$ の制限があり ϵ_0 は、

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \alpha U_{\mu 2}U_{\tau 2}^* + U_{\mu 3}U_{\tau 3}^* \\ &= (1 - \alpha c_{12}^2)s_{23}c_{23} - \alpha s_{12}c_{12}\theta_{13}e^{-i\delta} \end{aligned} \quad (4.38)$$

である。 ϵ_0 において確率に主体的に効いてくるのは、 θ_{13} の大きさに関わらず定数の $s_{23}c_{23}$ である。したがって、 $\epsilon_{\mu\tau}$ が制限に近い大きさで存在しても確率への寄与は ϵ_0 が大きく占める。またこの大きな寄与の定数 $s_{23}c_{23}$ には、 $\theta_{23} = \pi/4$ からのずれの問題もあり未定パラメータに制限を与えることは難しいと言える。

第5章 結論

本研究の目的は、次世代のニュートリノ源として構想が進んでいるニュートリノファクトリーを用いて短い基線の振動実験を行うと、非標準的相互作用について何が言えるのかを探ることであった。これまで非標準的相互作用 ϵ を現象論的に探る上で困難だったのは、振動確率の中で一般的に導入した ϵ が複雑な相関に依るため、各 ϵ について整理できない点にあった。そこで本研究では短い基線長を想定することで、振動確率を $\Delta E_{jk}L$ で展開し、簡単のため二次までを考えた。すると独立な情報をもつ振動チャンネル数は制限されるが、それぞれの振動確率が1つの ϵ 成分を含み、関数として解析し易い形でまとめられることが分かった。

ニュートリノファクトリーは、大強度高エネルギーのニュートリノビームを生み出すことができる。それを利用すれば、ニュートリノのエネルギー固有値の差 ΔE_{jk} が標準的な物質効果によるポテンシャルエネルギー A に匹敵する、という特徴的な状況で物理を探ることが可能となる。この状況を利用し、先に導出した $\Delta E_{jk}L$ の二次までの振動確率を用いて $\epsilon_{\alpha\beta}$ と未定パラメータにどのような制限を与えられるのかを議論した。その結果、あるエネルギーとその半分のエネルギーの振動確率を用いることで、 $\epsilon_{\alpha\beta}$ と $X_j^{\alpha\beta}$ の絶対値、および $\epsilon_{\alpha\beta}$ と $X_j^{\alpha\beta}$ のなす角の関係が導ける結論を得た。そして具体的には $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$, $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ の振動チャンネルを用いると、 $\epsilon_{e\tau}$ と θ_{13} が比較できる大きさの時、上の関係から $|\epsilon_{e\tau}|$ と $|\Delta m_{21}^2 U_{e2} U_{\tau 2}^* + \Delta m_{31}^2 U_{e3} U_{\tau 3}^*|$ および $\pm \arg[\epsilon_{e\tau}(\Delta m_{21}^2 U_{e2} U_{\tau 2}^* + \Delta m_{31}^2 U_{e3} U_{\tau 3}^*)^*]$ を決定できるのが現実的である結論を得た。

今後の展望として短い基線長のニュートリノ振動に関しては、本研究で考慮しなかった $\Delta E_{jk}L$ の三次を含めた解析が挙げられる。4.2節で述べたように、 L の三次までは標準的相互作用が効いてこないため、非標準的相互作用の効果についてより深い現象論的見識が得られる可能性がある。また非標準的相互作用全般に関しては、非対角成分だけでなく対角成分の効果をもどくように探るのかも重要な課題である。

謝辞

研究過程の全般において、ご指導を賜りました安田修先生に深く感謝いたします。また、諸兄をはじめ研究室の皆様から厚いご配慮をいただきましたことに、心からお礼申し上げます。最後に、小生の学業を温かく支援してくださいました両親へ最高の謝意と敬意を表します。

参考文献

- [1] M. C. Gonzalez-Garcia, Phys. Scripta. T **121**, 72-77 (2005);
- [2] L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978);
- [3] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).
- [4] K. Kimura, A. Takamura and H. Yokomakura, Phys. Lett. B **537**, 86 (2002).
- [5] O.Yasuda, arXiv:0704.1531v2;
- [6] Y. Fukuda et al, Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998)
- [7] Super-Kamiokande Collaboration, Phys. Rev. D **71**, 112005 (2005)
- [8] R. J. Davis, D. S. Harmer and K. C. Hoffman, Phys. Rev. Lett. **20**, 1205 (1968).
- [9] KamLAND Collaboration, Phys. Lett. **94**, 081801 (2005)
- [10] M. Apollonio *et al.* [CHOOZ Collaboration], Phys. Lett. B **466**, 415 (1999) [arXiv:hep-ex/9907037].
- [11] O.Yasuda, Phys. Lett. B **516**, 111-115 (2001)